

Calculs sur des modules finis 1

Auteurs : **Dedekind, Richard**

En passant la souris sur une vignette, le titre de l'image apparaît.

4 Fichier(s)

Contributeur·rices Haffner, Emmylou

Éditeurs Emmylou Haffner (Institut des textes et manuscrits modernes, CNRS-ENS) ; Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek, Göttingen ; projet EMAN (Thalim, CNRS-ENS-Sorbonne nouvelle).

Présentation

Titre Calculs sur des modules finis 1

Date 1893-1897

Sujet

- congruences
- modules
- modules finis
- théorie des nombres

Cote Cod. Ms. Dedekind X 9, p. 15-16

Format 1 f. ; 4 p.

Langue Allemand

Description & Analyse

Description Calculs sur des modules finis.

Congruences, théorie des nombres.

Théorème page 16v : Soit un module dont la base a un élément

$[\alpha_1 + \beta_1, \dots, \alpha_m + \beta_m] = \mathbf{o} = \sum [\alpha_i + \beta_i] = [\mathbf{w}]$,

et soit

$\mathbf{a} = \sum [\alpha_i]$,

$\mathbf{b} = \sum [\beta_i]$,

$\mathbf{c} \mathbf{w} = \sum [\alpha_i \beta_i - \alpha_i \beta_i]$,

alors on peut trouver 2 modules dont la base a un élément, $[\alpha]$, $[\beta]$ tels que

$\mathbf{a} = [\alpha] + \mathbf{c}$

$\mathbf{b} = [\beta] + \mathbf{c}$

Preuve interrompue.

Le théorème suit-il des calculs ?

Notes Écrit au dos d'une invitation pour un concert, le 25 février 1893. Borne inférieure pour la datation.

Mode(s) d'écriture Calculs phase 2
Auteur·es de la description Haffner, Emmylou

Relations

Collection Cod. Ms. Dedekind X 9

Ce document a les mêmes calculs que :



[Calculs sur des modules finis 2](#) □

[Afficher la visualisation des relations de la notice.](#)

Mots-clefs

[congruences](#), [modules](#), [modules finis](#), [théorie des nombres](#)

Notice créée par [Emmylou Haffner](#) Notice créée le 02/10/2018 Dernière modification le 17/09/2020

Braunschweig, den 19. Febr. 1873.

So beehlt sich der Chorgesang-Verein, Sie
zu dem am 25. Febr.
im Saalbau
stattfindenden

Concerfe

ergebenot einzuladen.

Hochachtungsvoll

Der Vorstand des Chorgesang-Vereins.

J.A.
W. Beese.

$$\alpha_r = a_r \omega + \beta_r ; [a_r, \alpha_1, \dots, \alpha_n] = \sum [\alpha_i] = \alpha$$

$$\begin{array}{l} \sum a_r b_r = \alpha \\ \sum b_r \beta_r = \omega' \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} \sum [\alpha_r] = \sum [a_r \omega + \beta_r] = \sum [a_r \omega + \beta_r] + [\alpha \omega + \omega'] \\ a_r \omega + \beta_r = \frac{a_r}{\alpha} (\alpha \omega + \omega') \\ = \beta_r \sum \frac{a_r}{\alpha} b_r - \frac{a_r}{\alpha} \sum b_r \beta_r \\ = \frac{1}{\alpha} \sum (a_r \beta_r - \alpha_r \beta_r) b_r = \frac{1}{\alpha} \beta_r' = \beta_r - \frac{a_r}{\alpha} \omega' \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} \beta_r' = a_r \beta_r - a_r \omega' \\ \beta_s' = a_s \beta_s - a_s \omega' \end{array} \right\} \begin{array}{l} a_r \beta_s - a_s \beta_r = \alpha (\alpha_r \beta_s - \alpha_s \beta_r) \\ \frac{a_r}{\alpha} \beta_s - \frac{a_s}{\alpha} \beta_r = a_r \beta_s - a_s \beta_r \end{array}$$

$\sum [\beta_r'] = \sum [a_r \beta_r - a_r \omega']$, weil $\frac{a_r}{\alpha}$ und b_r ganz

$$\sum [\alpha_r] = [\alpha \omega + \omega'] + \sum [a_r \beta_r - a_r \omega']$$

$$\alpha = \sum [\alpha_r] ; \alpha_r = a_r \omega + \beta_r .$$

$$\sum [\alpha_r] = \alpha ; \sum [a_r \beta_s - a_s \beta_r] = b = \sum [\beta_s']$$

so ist

$$\alpha = [\alpha \omega + \omega'] + \frac{1}{\alpha} b ; a_r \omega \equiv \alpha \beta_r \pmod{\frac{1}{\alpha} b}$$

$$\frac{a_r}{\alpha} \omega' \equiv \beta_r \pmod{\frac{1}{\alpha} b}$$

$$a_r = \frac{\alpha_r - \beta_r}{\omega}$$

$$a_r \beta_s - a_s \beta_r = \frac{(\alpha_r - \beta_r) \beta_s - (\alpha_s - \beta_s) \beta_r}{\omega} = \frac{\alpha_r \beta_s - \alpha_s \beta_r}{\omega}$$

~~$$\alpha \omega b' = \sum [\alpha_r \beta_s - a_s \beta_r] = b' \sum [\alpha_r - \beta_r]$$~~

$$x_r = \alpha'_r \omega_r + \xi'_r, \quad \alpha'_r = \alpha''_r \omega_r + \xi''_r \quad r=1, 2, \dots, n.$$

$\alpha = \sum [\alpha_r]$; alle $\alpha'_r, \alpha''_r \dots$ rationale Zahlen.

$\alpha' = \sum [\alpha'_r]$ muss verschwinden

$$\sum [\alpha'_r, \alpha'_j - \alpha'_r \alpha'_j] = \alpha' \alpha,$$

so giest es (mod. α_r) eine und nur eine Klasse von Zahlen β_r , welche den in Frage kommen

$$\alpha'_r \beta_r \equiv \alpha' \alpha'_r \pmod{\alpha' \alpha_r}$$

$$\text{d.h. } \frac{\alpha'_r}{\alpha'} \beta_r \equiv \alpha'_r \pmod{\alpha_r}$$

genügt, und wenn man ^{noch weiter} ^{sobald} irgend eine Zahl ξ_r gewählt hat, muss

$$\alpha'_r = \frac{\alpha'_r \beta_r + \xi_r}{\alpha'} = \alpha'_r - \frac{\alpha'_r}{\alpha'} \xi_r$$

sein, so ist

$$\alpha = [\alpha' \omega_r + \xi_r] + \alpha_r \text{ und } \alpha_r = \sum [\alpha'_r - \frac{\alpha'_r}{\alpha'} \xi_r]$$

weiterhin $\alpha = \sum [\alpha_r]$

$$\alpha_r = \alpha_r \omega_r + \beta_r; \quad \alpha_r = \alpha_{r1} \epsilon_1 + \dots + \alpha_{rn} \epsilon_n \text{ rationale Zahlen.}$$

Die restlichen verschwinden

$$[\alpha] = \sum [\alpha_r]; \quad \alpha b' = \sum [\alpha_r \beta_r - \alpha_s \beta_r] = \sum [\alpha_r \epsilon_s - \alpha_s \epsilon_r]$$

so ist

$$\alpha = [\alpha x + \alpha'] + b', \quad \alpha x + \alpha' = \lambda$$

wo α' durch die ^{vorherigen} Voraussetzung

$$\alpha' = \lambda - \alpha x$$

$$\frac{\alpha_r}{\alpha} \alpha' \equiv \beta_r \pmod{b'}$$

$$\frac{\alpha_r}{\alpha} \lambda - \alpha_r \alpha \equiv \beta_r$$

bestimmt wird, und zugleich ist

$$\frac{\alpha_r}{\alpha} \lambda \equiv \alpha_r \pmod{b'}$$

$$b' = \sum [\beta_r - \frac{\alpha_r}{\alpha} \alpha']$$

$$\alpha = [\lambda] + b'$$

$$= \sum [\lambda_r - \frac{\alpha_r}{\alpha} \lambda]$$

$$\alpha_r \beta_s - \alpha_s \beta_r = \alpha_r (\alpha_s - \alpha_s \alpha) - \alpha_s (\alpha_r - \alpha_r \alpha) = \alpha_r \alpha_s - \alpha_s \alpha_r$$

folglich

$$b = \sum [\beta_r] = [\lambda] + b'$$

b' Mischlin von α und b , also von $\alpha - b$

Latre: Set

$[\alpha_1 + \beta_1, \dots, \alpha_n + \beta_n]$ = $\sigma = \sum [\alpha_i + \beta_i] = [\omega]$
ein eingliedriges Modul,

$a = \sum [\alpha_i]$, $b = \sum [\beta_i]$, $c\omega = \sum [\alpha_i \beta_i - \alpha'_i \beta_i]$,
so kann man zwei eingliedrige Modulen $[\alpha]$, $[\beta]$
so wählen, dass

$$\begin{cases} a = [\alpha] + \tau \\ b = [\beta] + \tau \end{cases}$$

wird.

Beweis: $\alpha_i + \beta_i = c_i \omega$; $\sum [c_i] = [i]$
 $\sum c_i c'_i = 1$; $\sum [c'_i] = [i]$