

Théorème sur les modules (chaînes)

Auteurs : Dedekind, Richard

En passant la souris sur une vignette, le titre de l'image apparaît.

2 Fichier(s)

Contributeur·rices Haffner, Emmylou

Éditeurs Emmylou Haffner (Institut des textes et manuscrits modernes, CNRS-ENS) ; Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek, Göttingen ; projet EMAN (Thalim, CNRS-ENS-Sorbonne nouvelle).

Présentation

Titre Théorème sur les modules (chaînes)

Date 1894-1897

Sujet

- chaînes
- combinaisons
- modules
- modulgruppen

Cote Cod. Ms. Dedekind XI 1, p. 28

Format 1 f. ; 2 p.

Langue Allemand

Description & Analyse

Description Théorème sur les modules : Les modules σ_r (r parcourt les entiers) forment une chaîne donnée, alors un groupe est engendré qui vérifie certaines conditions...

Preuve du résultat.

Mode(s) d'écriture Texte rédigé

Auteur·es de la description Haffner, Emmylou

Relations

Ce document n'a pas de relation indiquée avec un autre document du projet.

Mots-clefs

[chaînes](#), [combinaisons](#), [modules](#), [Modulgruppen](#)

Notice créée par [Emmylou Haffner](#) Notice créée le 26/10/2018 Dernière

modification le 17/09/2020

Modulsatz. Bilden die Moduln σ_τ , wo τ alle ganzen rationalen Zahlen durchläuft, eine Kette von der Art

$$\sigma_\tau < \sigma_{\tau+1} \quad (1)$$

so wird durch einen hinzutretenden Modul α eine Gruppe erzeugt, welche ausser den bisherigen nur noch die Moduln

$$y_\tau = \alpha + \sigma_\tau, \quad q_\tau = \alpha - \sigma_\tau \quad (2, 3)$$

und, wenn $\tau < \tau'$ (bzw. $\tau \leq \tau'$; $m_{\tau, \tau} = \sigma_\tau$)

$$m_{\tau, \tau'} = y_\tau + \sigma_{\tau'} = y_{\tau'} - \sigma_\tau \quad (4)$$

enthält (die Doppelformel) folgt aus dem Klammersatz der Modultheorie $(\alpha - \sigma_\tau) + \sigma_{\tau'} = (\alpha + \sigma_{\tau'}) - \sigma_\tau$, weil $\sigma_\tau < \sigma_{\tau'}$).

Beweis. Bedeutet immer u die (algebraisch) kleinste, v die grösste der beiden Zahlen σ, s , so folgen aus der Kette (1) die Combinationen von σ mit σ

$$\sigma_\tau + \sigma_s = \sigma_u, \quad \sigma_\tau - \sigma_s = \sigma_v \quad (5)$$

Ebenso bilden zufolge (2, 3) die y, α, q eine Kette

$$y_\tau < y_{\tau+1} < \alpha < q_s < q_{s+1}, \quad (6)$$

also ist (Combinationen von α, y, q)

$$\left. \begin{aligned} y_\tau + y_s &= y_u, \quad y_\tau - y_s = y_v, \quad q_\tau + q_s = q_u, \quad q_\tau - q_s = q_v \\ \alpha + y_\tau &= y_\tau, \quad \alpha - y_\tau = \alpha, \quad \alpha + q_\tau = \alpha, \quad \alpha - q_\tau = q_\tau \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$y_\tau + q_s = y_\tau, \quad y_\tau - q_s = q_s$$

Die Moduln m in (4) bilden für sich eine Gruppe; bedeutet nämlich u' die kleinste, v' die grösste der Zahlen τ', s' , so

folgt aus $r < r'$ und $s < s'$ auch $u < u'$ und $v < v'$, und zufolge
(4, 5, 7) wird

$$m_{r,r'} + m_{s,s'} = m_{u,u'}, \quad m_{r,r'} - m_{s,s'} = m_{v,v'}. \quad (8)$$

Die Combinationen von u mit m gehen zufolge (4, 2, 3, 7)

$$u + m_{r,r'} = y_{r'} \quad , \quad u - m_{r,r'} = q_r \quad (9)$$

Die Combinationen von v mit y, q . Zunächst zufolge (2, 3, 5)

$$y_r + v_s = y_u \quad , \quad q_r - v_s = q_v \quad (10)$$

Die in (4) ausgeschlossenen Combinationen sind

$$q_{r'} + v_r = v_{r'} \quad , \quad y_{r'} - v_{r'} = v_r \quad , \quad \text{für } r \leq r' \quad (11)$$

Hierauf zurück kommen die Combinationen von v mit m durch

$$m_{r,r'} + v_s = q_r + (v_{r'} + v_s), \quad m_{r,r'} - v_s = y_{r'} - (v_r - v_s), \quad (12)$$

ebenso die Combinationen von m mit y, q durch

$$\left. \begin{aligned} m_{r,r'} + y_s &= y_s + v_{r'} \\ m_{r,r'} - y_s &= (y_{r'} - y_s) - v_r \\ m_{r,r'} + q_s &= (q_r + q_s) + v_{r'} \\ m_{r,r'} - q_s &= q_s - v_r \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &= y \\ &= y - v \\ &= q + v \\ &= q \end{aligned} \quad (13)$$

Also gehen alle Combinationen wieder Moduln u, v, y, q, m ,
v. z. b. w.