Congruences, idéaux, modules

Auteurs : Dedekind, Richard

En passant la souris sur une vignette, le titre de l'image apparaît.

2 Fichier(s)

Contributeur·ricesHaffner, Emmylou
ÉditeursEmmylou Haffner (Institut des textes et manuscrits modernes, CNRS-ENS) ; Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek, Göttingen ; projet EMAN (Thalim, CNRS-ENS-Sorbonne nouvelle).

Présentation

TitreCongruences, idéaux, modules
Date188x
Sujet

- congruences
- divisibilité
- idéaux
- modules

CoteCod. Ms. Dedekind X 11-1, p. 22.
Format1 f. ; 2 p.
LangueAllemand

Description & Analyse

DescriptionCalculs sur des congruences pour étudier relation divisibilité entre modules.
Conclusion partielle : pour des modules quelconques, on a seulement $a'''<a_2$ mais pas $a'''>a_2$ donc les conditions données au début sont nécessaires mais en général pas suffisantes.
Mode(s) d'écriture

- Calculs phase 2
- Esquisse de rédaction ou preuve

Auteur·es de la descriptionHaffner, Emmylou

Relations

Ce document n'a pas de relation indiquée avec un autre document du projet.

Mots-clefs

congruences, divisibilité, idéaux, modules
Notice créée par Emmylou Haffner Notice créée le 29/10/2018 Dernière modification le 17/09/2020

$\omega \equiv \lambda \pmod{a}$
$\omega \equiv \mu \pmod{b}$
$\omega \equiv \nu \pmod{c}$

$\mu - \nu = \alpha' = \beta - \gamma_0$
$\nu - \lambda = \beta' = \gamma - \alpha_0$
$\lambda - \mu = \gamma' = \alpha - \beta_0$

$0 = \alpha' + \beta' + \gamma' = (\alpha - \alpha_0) + (\beta - \beta_0) + (\gamma - \gamma_0)$

$\alpha - \alpha_0 = \alpha''$, $\beta - \beta_0 = \beta''$, $\gamma - \gamma_0 = \gamma''$

$\alpha_0 + \alpha - \alpha'$; $\beta_0 = \beta \equiv \beta'$; $\gamma_0 = \gamma - \gamma''$

$\mu - \nu = \alpha' = \beta - \gamma + \gamma''$
$\nu - \lambda = \beta' = \gamma - \alpha + \alpha''$
$\lambda - \mu = \gamma' = \alpha - \beta + \beta''$

$\alpha'' + \beta'' + \gamma'' = 0$

$\omega = (\mu - \beta) + \alpha_1 = (\nu - \gamma + \gamma'') + \alpha_1$

$\alpha_1 \equiv \lambda - \mu + \beta \pmod{a}$
$\equiv \alpha - \beta'' \pmod{a}$

$\alpha_1 \equiv \beta'' \pmod{a}$
$\alpha_1 \equiv 0 \pmod{\alpha_1}$

$\beta'' \equiv 0 \pmod{a + \alpha_1 = \alpha_2}$

$\beta'' \equiv 0 \pmod{\alpha_2 - b''\beta = b_3}$

also <u>muss</u> sogar $\alpha'' = \alpha_0$, $\beta'' = \beta_0$, $\gamma'' = \gamma_0$ sein

$\alpha_0 + \beta_0 + \gamma_0 = 0$

Die Zahlen werden nicht die Bedingungen

$$(B)\begin{cases} \mu - \nu \equiv 0 \pmod{a'} \\ \nu - \lambda \equiv 0 \pmod{b'} \\ \lambda - \mu \equiv 0 \pmod{c'} \end{cases} \text{ genügen.}$$

$$\begin{aligned} a &= \delta g v g' = \delta g' g v & a' &= \delta g \\ b &= \delta v g' g = \delta' g g' v & b' &= \delta v \\ c &= \delta g g v = \delta' g g' v & c' &= \delta v \end{aligned}$$

Benützt man nun für $\mu - \nu = \beta_0 - \gamma_0$ setzen, dann ist

$$\mu - \beta_0 = \nu - \gamma_0 \equiv \mu \pmod{b'} \text{ und } \equiv \nu \pmod{c'}$$

Es muss daher

$$\omega = \mu - \beta_0 + \alpha_1 = \nu - \gamma_0 + \alpha_1 \text{ sein}$$

wo $\alpha_1 \equiv 0 \pmod{\alpha_1 = b - c = \delta g g v - \delta g' g' v'}$

Es <u>müssen</u> noch ist

$$\lambda - (\mu - \beta_0) = \lambda - (\nu - \gamma_0) \equiv 0 \pmod{b' - c' = \alpha''' = \delta g v'} = \alpha'''$$

Gefordert wird $\alpha_1 \equiv \alpha''' \pmod{a\beta = \delta g' g v}$
und $\alpha_1 \equiv 0 \pmod{\alpha_1 = \delta g g v g' v'}$

Die auf-a. hin. Ihre-hinfin ist

$$\alpha''' \equiv 0 \pmod{a + \alpha_1 = \alpha_2 = \delta g v = \alpha''}$$

was ja nicht erfüllt ist.

Ist aber bei <u>beliebigen</u> Moduln $\alpha''' < \alpha_2$, <u>nicht</u> $\alpha''' > \alpha_2$ ist, so sind die obigen drei Bed. (B) zwar erforderlich, aber im Allgem. <u>nicht hinreichend</u>. —

Welche Bedingungen müssen die 3 Zahlen

$$\begin{aligned} \alpha' &= \mu - \nu \equiv 0 \pmod{a'} \\ \beta' &= \nu - \lambda \equiv 0 \pmod{b'} \\ \gamma' &= \lambda - \mu \equiv 0 \pmod{c'} \end{aligned}$$

denen Summe $\alpha' + \beta' + \gamma' = 0$ ist,

<u>noch</u> <u>außerdem</u> noch erfüllen?

$$\begin{aligned} \alpha'' &= \beta - \gamma + \gamma'' = \beta_0 - \gamma_0 + \beta'' \\ \beta'' &= \gamma - \alpha + \alpha'' = \gamma_0 - \alpha_0 + \gamma'' \\ \gamma'' &= \alpha - \beta + \beta'' = \alpha_0 - \beta_0 + \alpha'' \end{aligned}$$

$\alpha'' + \beta'' + \gamma'' = 0$

wo $\alpha'' \equiv 0 \pmod{a''}$
$\beta'' \equiv 0 \pmod{b''}$
$\gamma'' \equiv 0 \pmod{c''}$

Dies ist eine <u>Folge</u> von (B).

<u>Erforderlich</u> ist aber <u>sogar</u> $\alpha'' \equiv 0 \pmod{\alpha_3}$
$\beta'' \equiv 0 \pmod{b_3}$
$\gamma'' \equiv 0 \pmod{c_3}$