[La notion de nombre - suite]

Auteur : Foucault, Michel

Présentation de la fiche

Coteb038_f0234
SourceBoite_038-9-chem | Desanti. Le nombre et la sagesse.
LangueFrançais
TypeFicheLecture
Personnes citées

- Bernoulli, Daniel
- Cauchy, Augustin-Louis
- Dirichlet, Peter Gustav Lejeune

RelationNumérisation d'un manuscrit original consultable à la BnF, département des Manuscrits, cote NAF 28730

Références éditoriales

Éditeuréquipe FFL (projet ANR *Fiches de lecture de Michel Foucault*) ; projet EMAN (Thalim, CNRS-ENS-Sorbonne nouvelle).

Notice créée par équipe FFL Notice créée le 22/07/2020 Dernière modification le 23/04/2021

---

orthonormé, on a l'ensemble des réels auxquels peuvent s'appliquer les opérations.

Or il falloit se méfier de l'intuition géométrique et aussi de l'intuition opératoire : ce dernier a été mis en cause à propos de la recherche des critères de mise en convergence

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n + \dots$$

Ds ce cas, on dit que si $n \to \infty$, $x_n \to 0$. Mais telle série dt les ~~...~~ termes tendent vers 0 n'est pas convergente : en particulier la série harmonique

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n-1} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \dots$$

Or en 1689, Bernoulli a montré que la série est convergente. Il coupe les termes de la série ainsi ;

$1 + \frac{1}{2}$

$\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right)$ 2 termes

$\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8}\right)$ 2^2 termes

... 2^3 termes

On montre que la somme de la série est supérieure à $\frac{1}{2}$: ainsi : ds la 3e série, il y a 4 fractions dt 3 sont supérieures à $\frac{1}{8}$; dt leur somme est supérieure à $\frac{1}{2}$. Mais aussi pr les autres groupes.

Dc $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ ne tend pas vers 0 : la série est divergente.

c/ᵗ ds ce cas établir des critères de convergence + invers théorèmes dus à Cauchy.

Th I.
Soient 2 séries $U_1 + U_2 + \dots + U_n$ (1)

$V_1 + V_2 + \dots + V_n$ (2)

si pr $n > A$ (n suffisᵗ grand), $U_n < V_n$ ~~...~~ la série (1) converge.

Th. II. Soient les m séries, si $U_n > V_n$ qd $n > A$, (1) est divergente si (2) est divergente.

Th. III. Si le rapp. $\frac{U_n}{V_n}$ est compris entre a et b, les séries (1) et (2) sont divergentes et convergentes en mᵉ temps.

Ces th. supposent tjrs ces séries d'opérations qui ont tjrs 1 sens. Les termes qui constituent la série devant être ds 1 certain ordre de croissance et de décroissance ; les termes d'une suite sont cf un segment. Si on veut établir les th. sur la convergence, il faut comparer entre elles des suites de nbre, qui sont la suite des points.

Il faut faire converger les 2 modes de pensée, mode opératoire, et mode de réflexion sur les objets ~~de~~ nos opérations. Le probl. de la convergence passe de l'opération à l'objet : « substituer les idées au calcul » (Dirichlet)