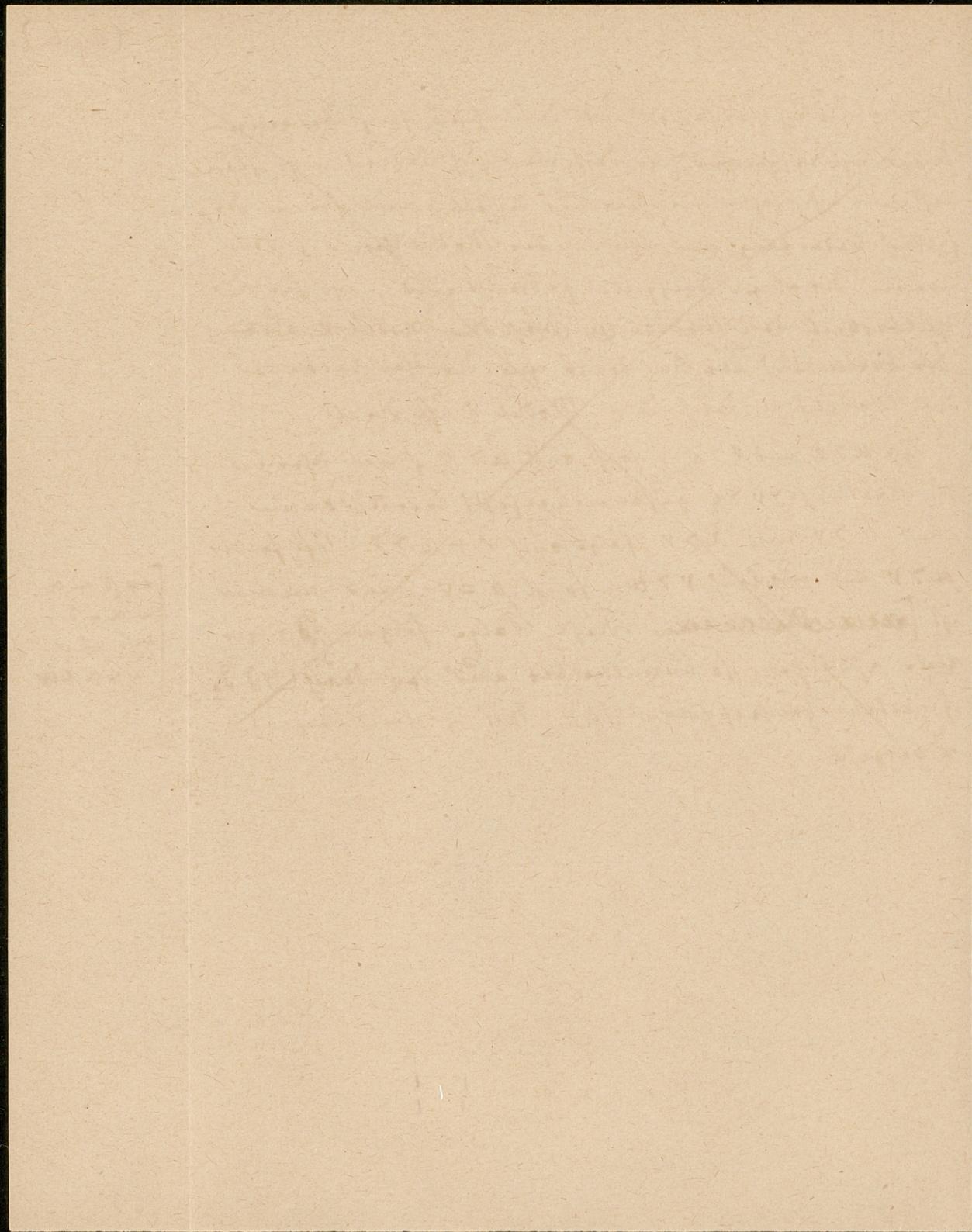


~~so ungünstig aufzutun und dass diese sonst bei gleichem
Kino widergespielt, so darf man dies dadurch nicht fören
lassen; es mag sie gern aus doßab, weil sie in der
sehbarer Bedeutung noch nie in der Modellvorstellung, dem
gegenteil des obigen Beispiels gebräucht sind, wo ~~die~~ die
~~Gesetzmäßigkeit des Modells~~ ~~die~~ ~~Modell~~ ~~aus~~
~~bestimmt.~~ (12) ~~der~~ ~~Ausdruck~~ ~~für~~ ~~die~~ Gesetzmäßigkeit
des Modells ist durch den Modell ~~v~~ bestimmt.~~

Sei $\mu > v$ und $v > \varrho$, so ist auch $\mu > \varrho$, was sofort in
die Forderung $\mu > v > \varrho$ zusammengefaßt ergibt. Aber
dass $\mu > v$ und $\lambda > v$ folgt aus $\lambda + \mu > v$. Ist ferner
 $\mu > v$ und zugleich $v > \mu$, so ist $\mu = v$, und unnoch
ist ~~der~~ ~~ausdruck~~ ~~bestimmt~~. Diese Folge folgt aus ~~j~~, qui
wahr ist, so unmittelbar aus der Tatsache (11) da
sich zwei Zeichen ~~größer~~ (12), daß v ~~ist~~ ~~größer~~ ~~als~~ ~~größer~~.

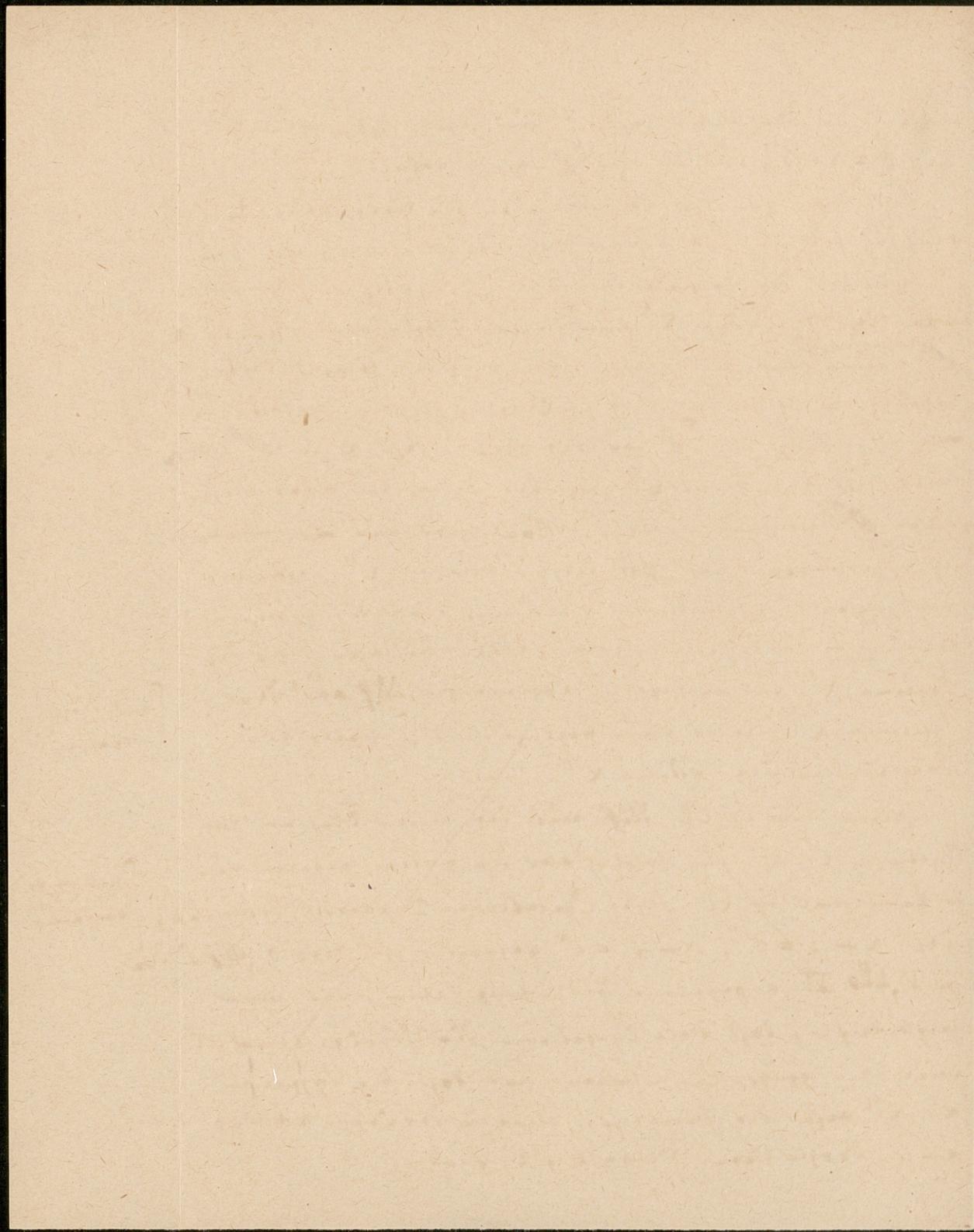
$$\left| \begin{array}{l} \alpha + \beta < \alpha \\ & < \alpha - \beta, \\ \text{also auch} \\ \alpha < \alpha \end{array} \right.$$



~~Lieset~~ ~~oder~~ jeder Muße Friede, und zwar ~~habba~~ ~~mit~~ V
durch ~~$\alpha = \alpha + \beta$~~ , und ~~II~~ durch ~~$\alpha = \alpha - \beta$~~ erfüllt.

~~Lasst~~ man nun die Formulierung der Operatoren \pm
ganzlich fallen, und nimmt nun lediglich an, eine Pfeile
Or bestrebt den entsprechenden gestrichenen Gekreuzten, so kann
man den Pfeilnamen α' nun zugewiesen haben α''
~~immerfalls~~ ~~gegen~~ bestreben, davon Erklärung die folgende ist.
Wodoch ist α nicht ein Ding in α , so geht es zufolge II
nun ebenfalls wie Ding ~~α~~ nach dem Ort, daß α in ~~α~~ σ' aus,
fakten ist, und mit α'' soll der Zubagriff aller dieser
Dinge ~~die~~ bestreben werden. Man nimmt nun ~~den~~ ~~Mögl~~
~~keit~~ ~~aus~~ ~~aus~~ besprochen, daß ~~die~~ diese Pfeilnamen α'' (eine)
nun zugleich die Längen σ , σ aus zu einer verbindet
grau ~~drückt~~ gestrichen bestreben, also die
Pfeilnamen α' , und ~~wieder~~ erzielbar sich ~~auf~~ auf den
Pfeilnamen α'' , falls dieser gegeben sind, [auf direkter
Weise] wieder die
Koordinaten des Pfeilnamen α' .

Man nun in α statt eines der beiden Klassen von
Pfeilnamen α' , α'' und folgend aus der anderen gegeben ist,
so kann man in α zwei Operatoren \pm dadurch definiieren, (und zwar)
daß $\alpha + \beta = \sigma$, $\alpha - \beta = \sigma$ gesetzt wird, wo σ ~~der~~ σ σ da
in V , ~~die~~ ~~II~~ augengeborene Bedeutung haben, und man
zieht hervor, daß diese Operationen die Grundsätze α
nur ~~die~~ ~~zu~~ ~~die~~ Or erfüllen, und daß die Pfeilnamen
 α' , α'' usw. die Zubagriffe aller in der Form $\alpha + \alpha'$,
 $\alpha - \alpha''$ darstellbaren Dinge σ , σ sind.



~~5.~~ Als letzter Beispiel mag das folgende dienen.
 Wegen eines Punktes α der reellen Zahlensammlung kann
 n Dimensionen für eine Folge von n reellen Zahlen
 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ vorstellt, welche als α , α_1, \dots
 n Koordinaten des Punktes bezeichnet werden müssen;
 definiert man nun nun ferner jene Punkte α, β die Punkte
 $\alpha + \beta, \alpha - \beta$ dadurch, dass die Koordinaten $(\alpha + \beta)$ &
 die algebraisch größten, die Koordinaten $(\alpha - \beta)$ & die
 algebraisch kleinsten der beiden Koordinaten α_1, β_1
 sein soll, so bildet der Raum Ω mit Zubegriff
 aller Punkte $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ nach Dualgruppe.

Man sieht nun nun zu einer gewissen Naturordnung
 des Gesetzes Ω , auf dem, wie schon gezeigt ist, auf
 der Doggesetzung (4) folgt, so ergibt es vorstiegigst,
 ferner dass ebenfalls häufig vorkommenden Fall einer
 längeren Beziehung nicht passen. Aber dann Doggengesetz
 (3) ergiebt sich nämlich, dass jede der beiden Aussagen

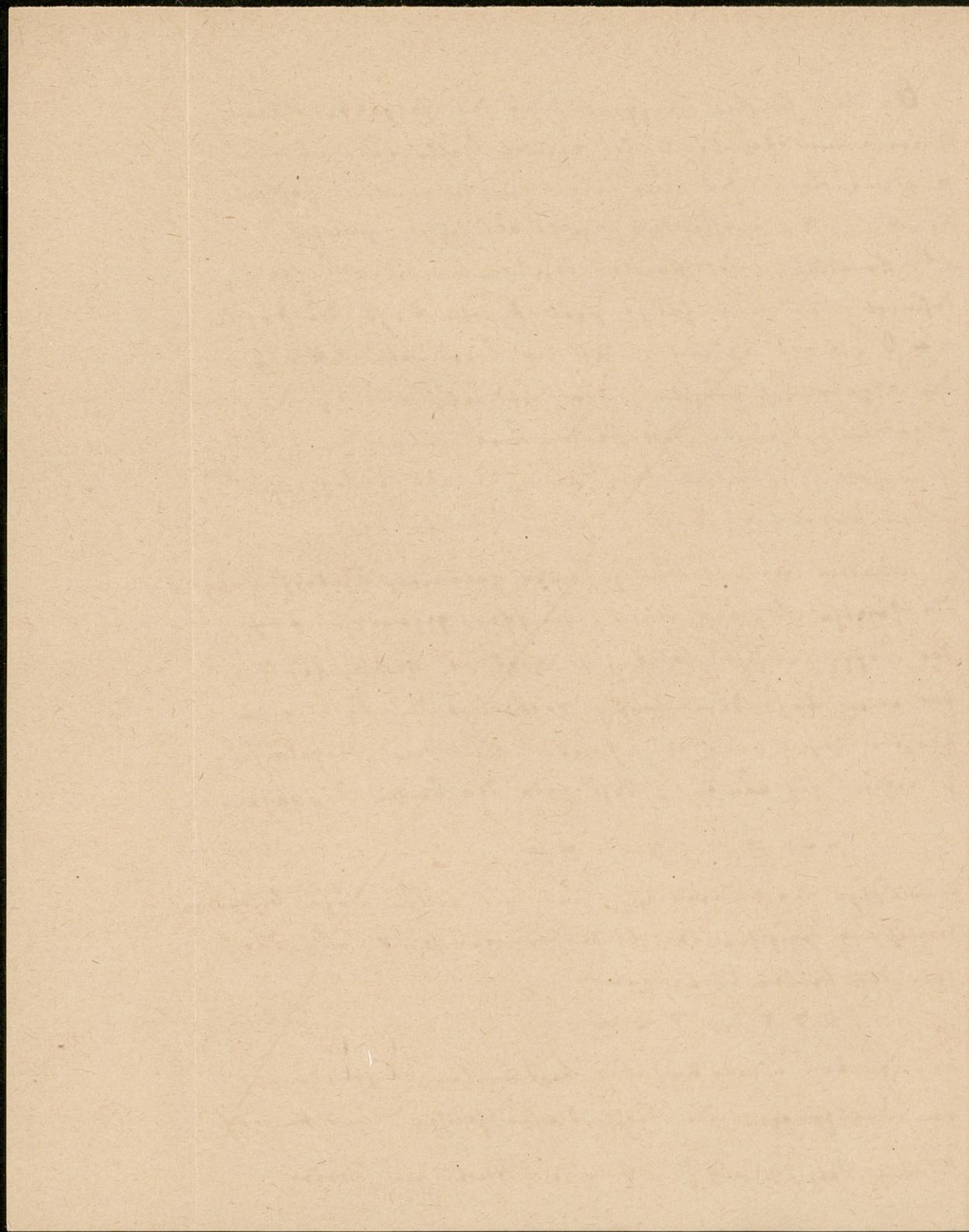
$$\mu + \nu = \gamma, \quad \nu - \mu = \mu \quad (11)$$

eine Folge der anderes ist, und ergibt zudem diese besondere
 Beziehung zwischen den beiden Aussagen, ν liegt dann
 jede der beiden Aussagen

$$\mu > \nu, \quad \nu < \mu \quad (12)$$

ausdrücken^{x)}; mag auch bei bestimmten Beispielen
 von Dualgruppen die Größe dieses Zeuges $>$ und $<$ noch

^{x)} Siegl. Vatz (20) auf T. 270 in den Berichten vom Förderer.

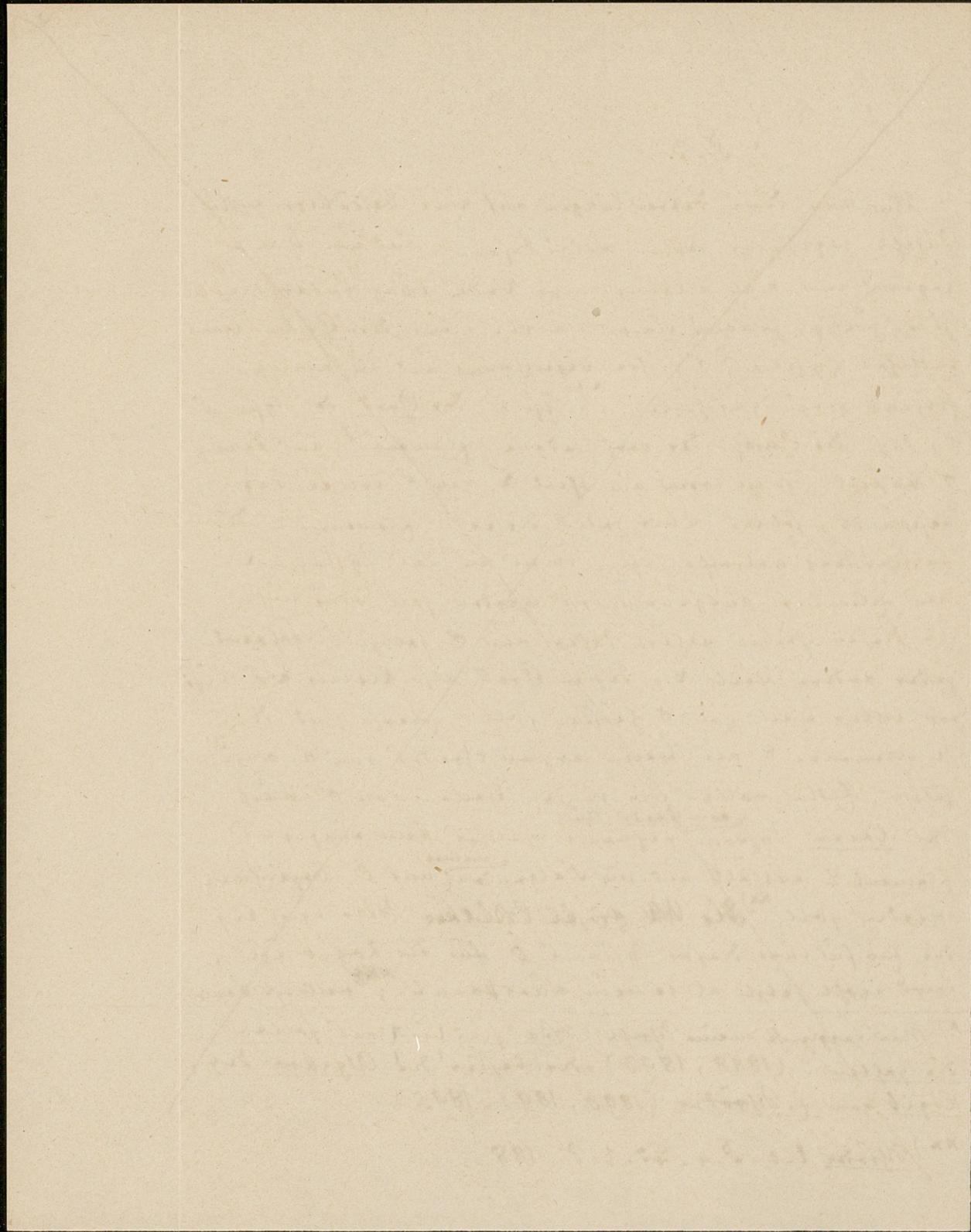


§. 3.

Zum und zwar betrachten wir auf eine beliebige zweite
 Regel gegebenen Zahlen aufzufassen, und nun wenn
 zugleich aus sol allgemeinen Bedingungen unfolgen,
 ist es möglich, zu einer einzigen Variable über die Gleichung neut
und einzig System σ diese Bezeichnung nach Zusammen-
 fassung vorzusehen.^{x)} Ist in der Grund des Systems
 σ , d. h. die Regel des verschiedenen Elementen ϵ , aus dem
 σ besteht, so ist irgend ein Teil α von σ wiederum als
 bestimmt, sobald über jede dieser Elemente ϵ die
 entsprechende geöffnet ist, ob es in das System σ
 als Element aufgenommen werden soll oder nicht.
 Zu diesem Teile α darf daher auf σ selbst, während
 jeder anderen Teile α , dessen Grund also kleiner als n ist,
 nie mehr Teile von σ gefordert sein. Daraus sind die
 n Elemente ϵ des Teiles α des Grundes σ auf
 fest. darüber wollen wir zu dem Teile α von σ auf
 das deutere System ^(nun Grund) zuordnen, welches ein einziges
 Element ϵ umfasst und im Falle ^{unmöglich} des σ bestimmt
 werden soll.^{xx)} Alle die oben gebräuchlichen Wörter wie z. B.
 die für die zweite Regel σ für die Logik sind,
 sind ebenso fest allgemein verkannt; vielleicht kann

^{x)} Man vergleiche meine Grund: Was sind und was sollen
 die Zahlen? (1888, 1893) oder besser die Algebra der
 Logik von f. Schröder (1890, 1891, 1895).

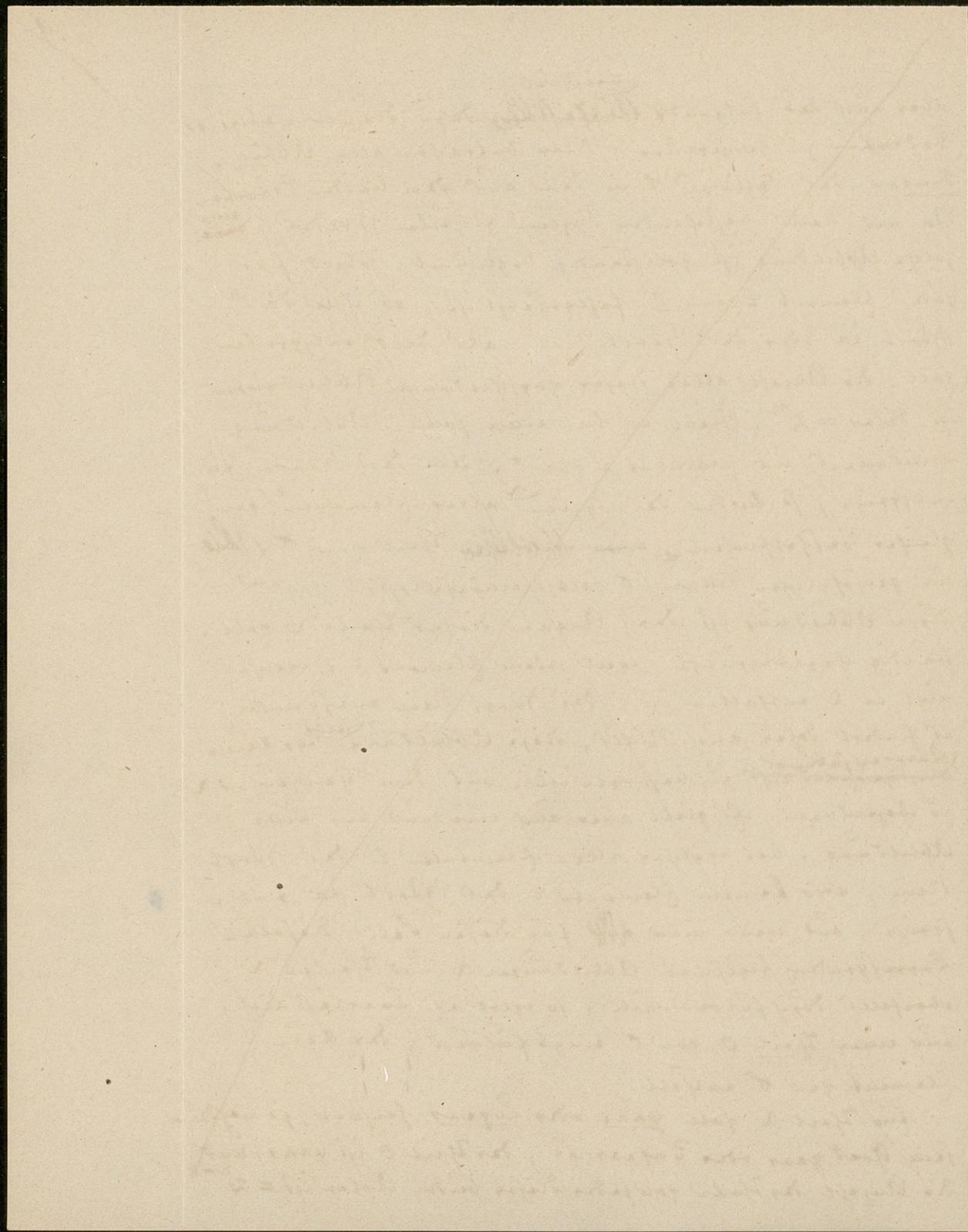
^{xx)} Grund l. c. §. 4. Bd. 1. F. 188.



~~Gesetz~~

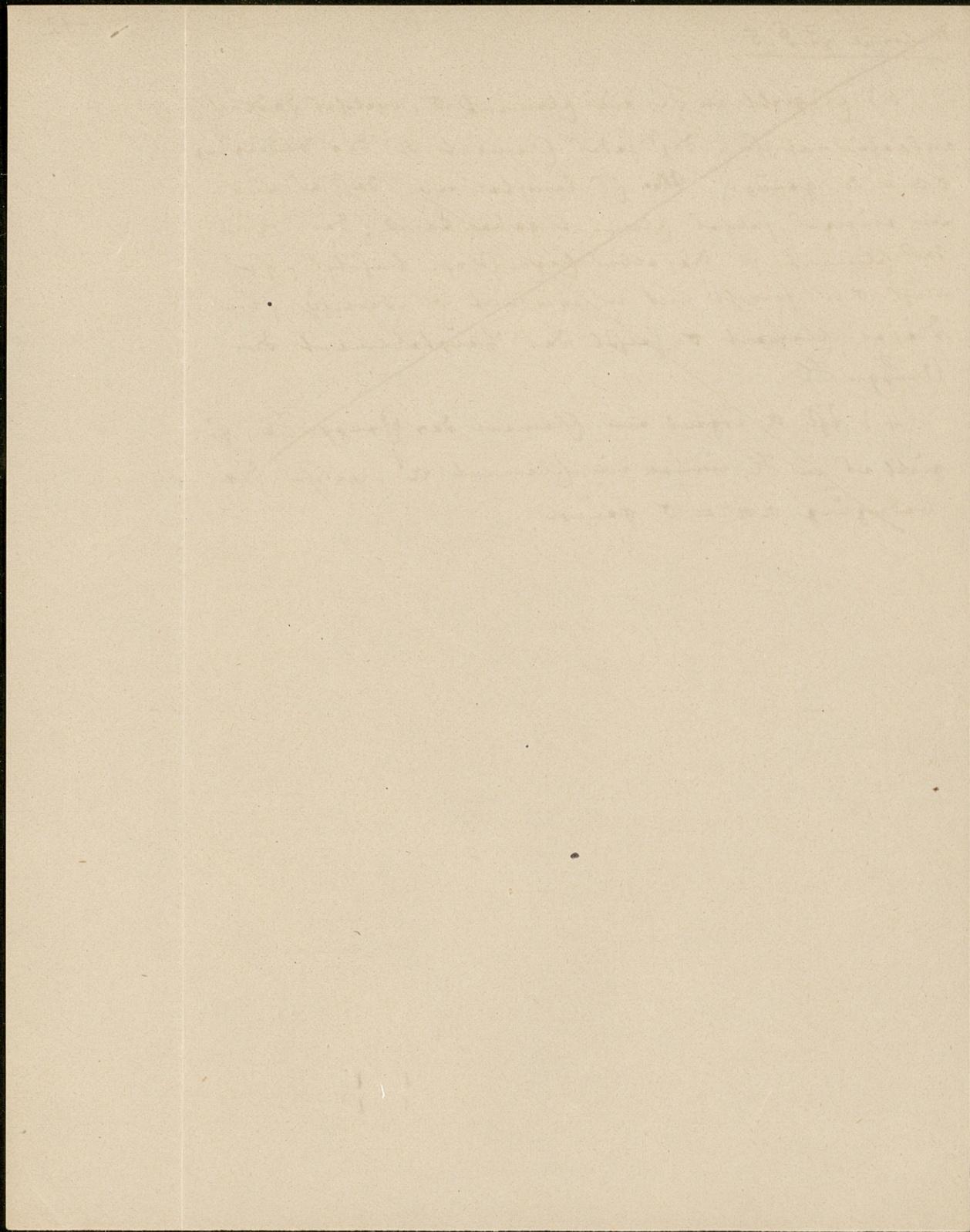
aber auf das folgandt ~~Abbildung~~ ~~Abbildung~~ das d' daus, zheyige
bedenk zu verloren. Man betrachte alle Abbil-
dungen des Typus O in dem aus das beiden ~~Beobach-~~
te und Klein beobachtete Typus zweiten Grades; ~~zweiter~~
folge Abbildung ist vollständig bestimmt, so dass für
jedes Element E zwei O folgeschreibt, ob irgend
Wort Ja oder das Wort Klein als Liede aufgespielt
seit; die Anzahl aller dieser verschiedenen Abbildungen
ist daher = 2ⁿ. Giebt es bei einer solchen Abbildung
mindestens ein Element E von O, dem das Wort Ja
aufgespielt, so leidet das Typus O eines Elements E von
gleicher Beobachtung ~~mindestens~~ Giebt von O ~~oder~~
in geopferter Form (O selbst aufgespielt), und
diese Abbildung ist durch Angabe dieses Teiles O voll,
ständig charakterisiert, weil jedes Element E, welches
nicht in O enthalten ist, das Wort Klein aufgespielt.
Es findet daher auf Klein, diese Abbildung, wo kein
~~Element~~ ~~Element~~ zu beobachtet, mit dem Gleichungen
zu beginnen. Es giebt aber auf einer aus einer
Abbildung, bei welcher alle Elemente E das Wort
Klein, also kein Element E das Wort Ja ist,
sagt, was man nun ~~soll~~ für diesen Fall diese
Lösungswerte beobachten Abbildungen O mit Teilen O
verfüllt das Füllt man will, so wird es so erledigt,
auf einer Teil O von O einzufüllen, das kein
Element von O entfällt.

Die Teil O soll jaar oder neuaar sein, je nachdem
sein Grad jaar oder neuaar ist; das Teil O ist jaar, und
die Anzahl des Teiles von jedem dieser beiden Arten ist = 2ⁿ⁻¹.



3) Es gibt in H ein Element σ , welches das Bedürfnis auslösst, dass jedes Element von der Bedürfnisgruppe $\alpha = \sigma$ genügt. Dies ist dann der Fall, wenn es ein einziges solches Element gab, dass dann eben das Element in das selbe Regressivsystem basiert, so dass σ für jedes Element α aus σ identisch sein muss. Dieses Element σ heißt das Hauptelement der Gruppen H.

4) Es ergibt sich ein Element der Gruppe H, so dass es in H immer ein Element α' , welches das Bedürfnis $\alpha\alpha' = \sigma$ genügt.



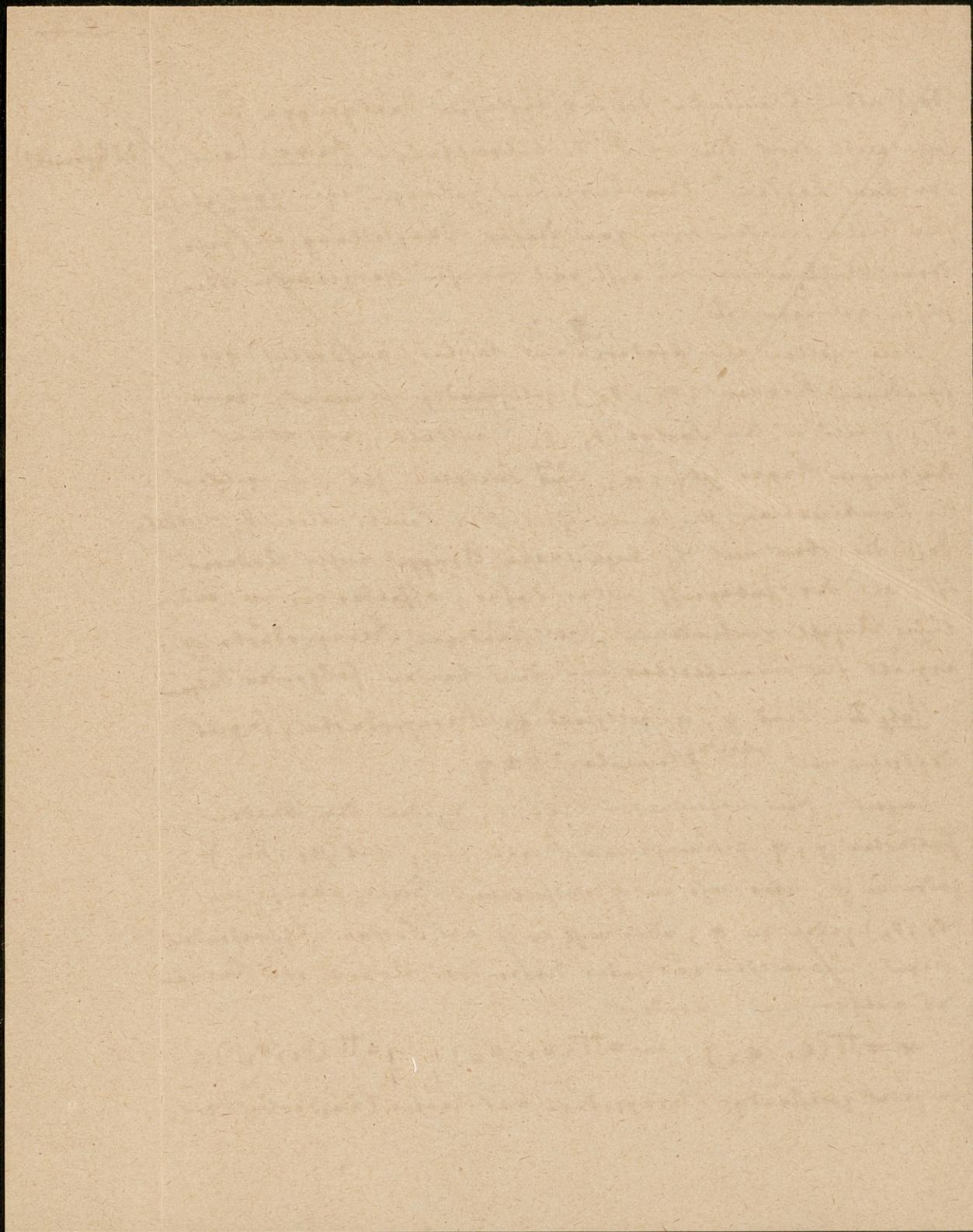
~~da~~ Nella elementa dieser endlichen Dualgruppe \mathcal{G} -
 sich keines derg. da in S. 7 belyaykhou Krone aus, ~~der Pfeil ist (1)~~
 drückt die Krone. Eine Kugelstew galange eis Spiegel ist
 nun freies, indem eis das Darstellung aufgeht,
 wos Aufführung mi zog nach manchen vorzüglichem der
 Kugel galange ist.

~~Hier~~ wollen wir Produkte aus lautes (ausserlich) ges.,
 sogenannte Kronen (v_1, v_2) vollständig machen, wenn
 es, sobald es die Faktor (v_1, v_2) auf Kronen hat, in welche
 die Kombination μ_2 einer Teil des Kombinationen v_2 hiedet.
 Dass die oben mit \mathcal{G} besetzte Gruppe nicht anders
 ist, als der Gebegriff aller dies, offenkbar aus in ent-
 lichen Gruppe vorzuhören, vollständigen Kronenprodukten,
 ergibt sich unmittelbar aus den beiden folgenden Satzen.

Satz I. Sind y, q vollständige Kronenprodukte, so gilt
 das Vier von den Elementen $y \pm q$.

Beweis. Hier beginnen mit $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ jenen den beiden
 Produkten y, q gemeinsame Kugelfaktor, und (μ_1, μ_2)
 jenen in y , aber nicht in q entfallenden Teile, ebenso mit
 (v_1, v_2) jenen in q , aber nicht in y als Faktor auftrenden
 Kugeln, und hieden auf jeder dieser drei Orte von Kronen
 das aufzugehende Produkt.

$x = \Pi(\varepsilon_1, \varepsilon_2), m = \Pi(\mu_1, \mu_2), n = \Pi(v_1, v_2)$;
 da jetzt vollständige Kronenprodukte aus lautes (ausserlich) ges.

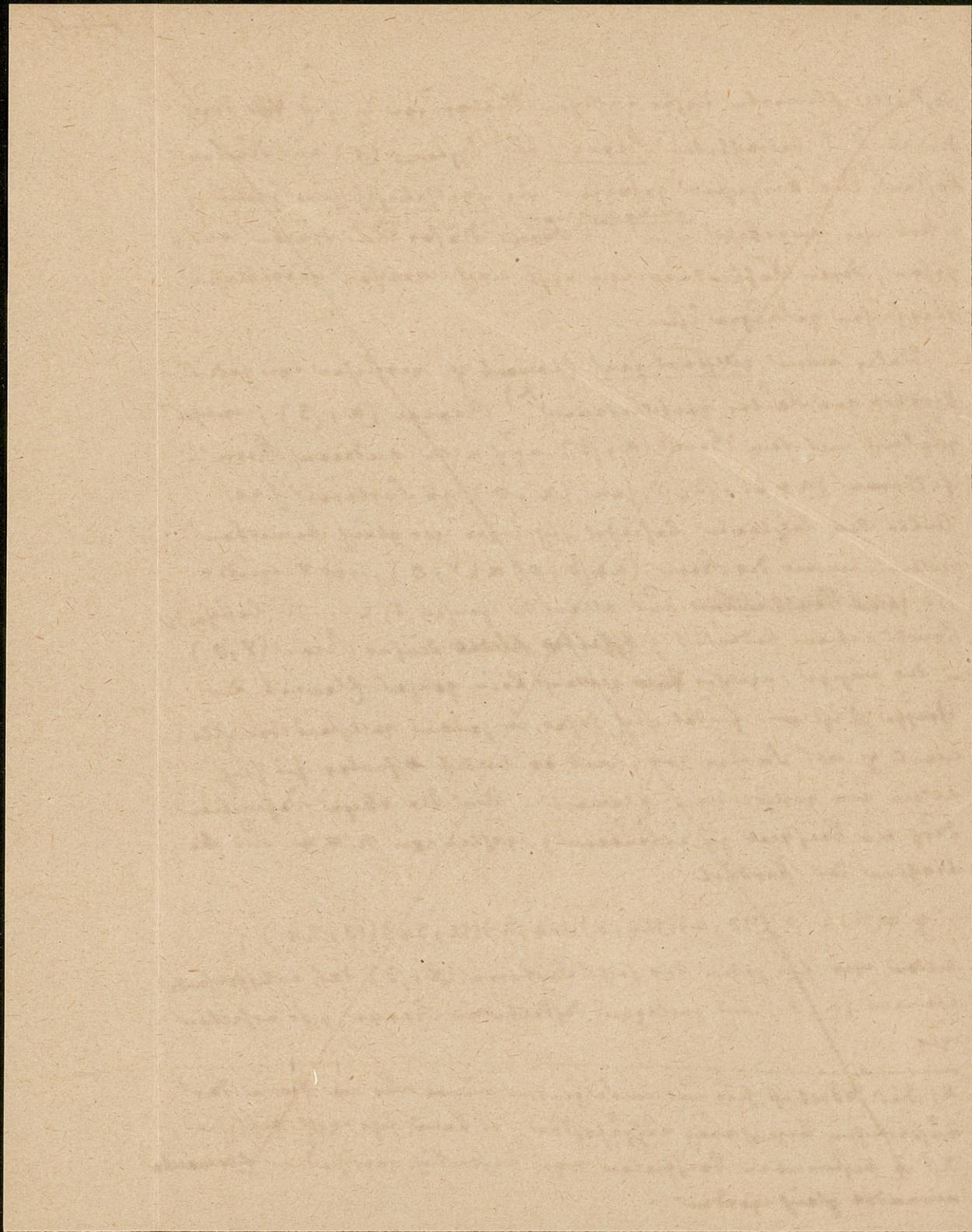


daß alle Elemente dieses endlichen Dualgruppen \mathcal{G} sich alle darin
die in d. T. betrachteten Formen der Typen (1) auf drücken
lassen. Diese Kurzform gelangte mir sympathisch zum Gedanken,
indem mir ausgeklopft verschwindend diese Formen darstellen soll,
daran, deren Differenzierung mir noch nach meines Fangeschlechts
Befürchtung gelungen ist.

Mehr nimmt vollestständig Elemente \mathcal{G} verfügen als jene
Produkt von Lauten verschiedenen^{x)} Formen (α, β) , welche
zugeleich mit dem Formen (α, β) auf allen anderen Formen-
faktoren $(\alpha + \beta_1, \beta_2)$ und (α, θ) zu Factoren fah.
Mehr das Lauterum befindet sich, als mir gleich bewerkstelligt
wurde, nimmt die Formen $(\alpha + \beta, \theta) = (\gamma, \theta)$, also v. seiten
die ~~verschiedenen~~ ^{verschiedenen} und allein n. Zahlen 1, 2 ... n befreundete
Kombinationen bedeuten; ~~alle~~ ^{alle} dieser Formen (γ, θ)
- das meiste, welche ~~alle~~ ^{alle} ~~alle~~ ^{alle} ganz Elemente der
Gruppe \mathcal{G} ist - findet sich daher in jenen vollestständigen
weil \mathcal{G} ein Factor von, und es bedarf Hoffnungs für sich
seinen ein vollestständiges Element. Daß die obige Definition
durch sie bestimmt zu erläutern, ist schwer $n = 4$ und die
Begriffe der Produkte

$\gamma = (1234, \theta)(123, 4)(124, 3)(134, 2)(12, 34)(13, 24)$;
bildet mir für jeden das sagt Factor (α, β) das entsprechende
Element (α, θ) und zerlegen deshalb in Formen, so erhalten
mir

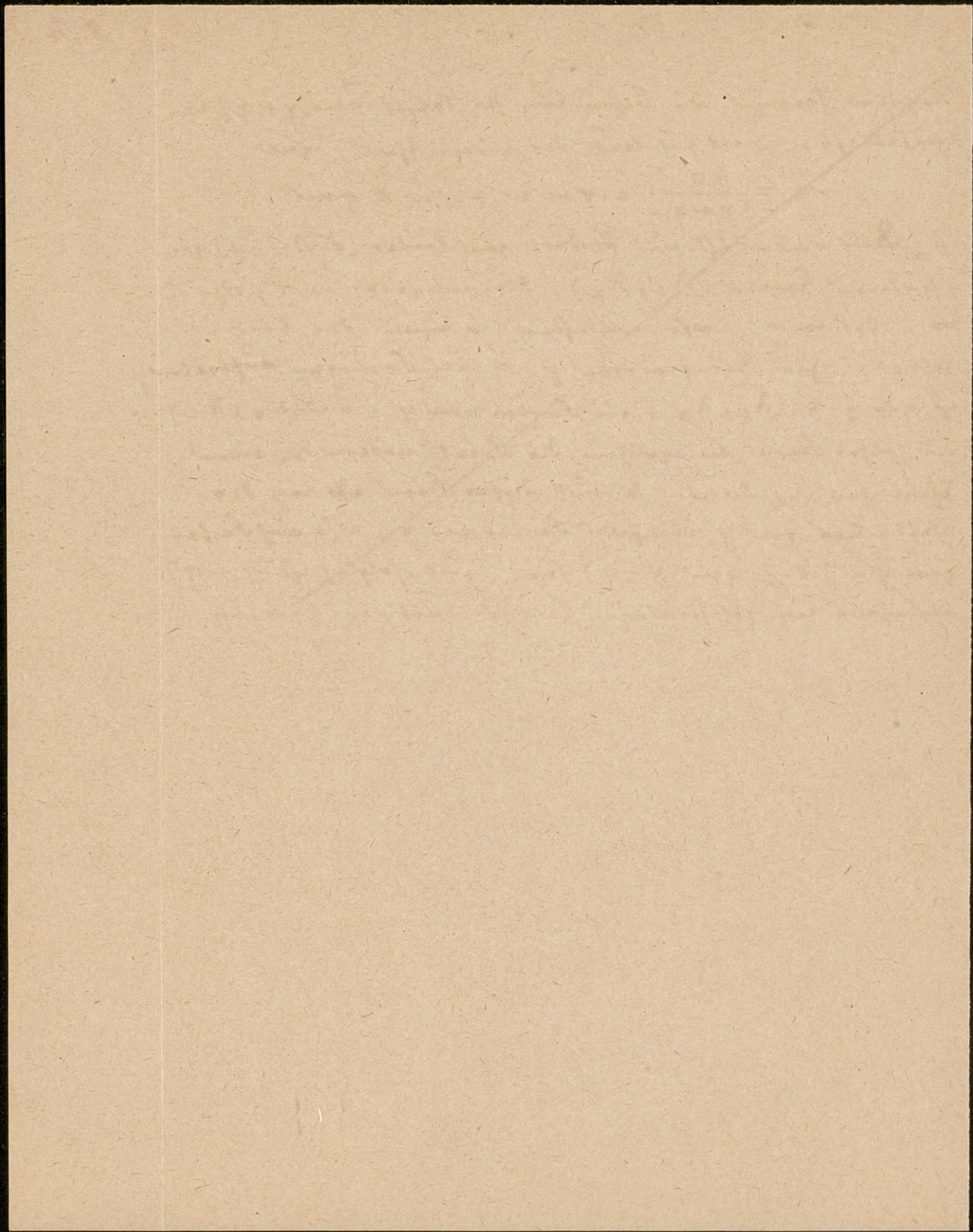
^{x)} Das Produkt ist hier und im Folgenden immer nur in Keine der
ausführlichen Bezeichnung aufzufassen; es kann sich wohl ziffern,
die in bestimmten Beispielen gegen ausführliche verschiedene Elemente
ausweichen gleich ergeben.



~~Nachdem~~ ferner ist die Beziehung des Taktes über $(y+q)$ vor, ~~wie~~ ω ist, ergibt sich längs des anderen Teiles, ~~wie~~

$$y - q = \frac{yq}{y+q} = \varpi m w = yw - \varpi m$$

~~ist~~ $\varpi m w$ ist ein Produkt zweier Längen (aus Berlin) y , q ,
speziell Längen (λ_1, λ_2), die mehrmals in y , oder in w , oder in m , also mindestens in einem der beiden
Vorlesungen y oder w aufgetreten sind. y und w aufgetreten,
ist nach z.B. (λ_1, λ_2) ein Faktor von y , und (k_1, k_2)
ein weiterer Faktor, in welchem die Kombination k_2 einer
Teil von λ_2 bildet, so muß dieser Faktor k_2 nach der
Definition von y ebenfalls Faktor von y sein, also auch Faktor
von yw , d.h. von $(y-q)$ sein, und folglich ist $(y-q)$
abgeteilt in gleichartigen Vorlesungen, z.B. y .



~~seitdem Karat gebildet ist, so folgt hieraus offenbar~~

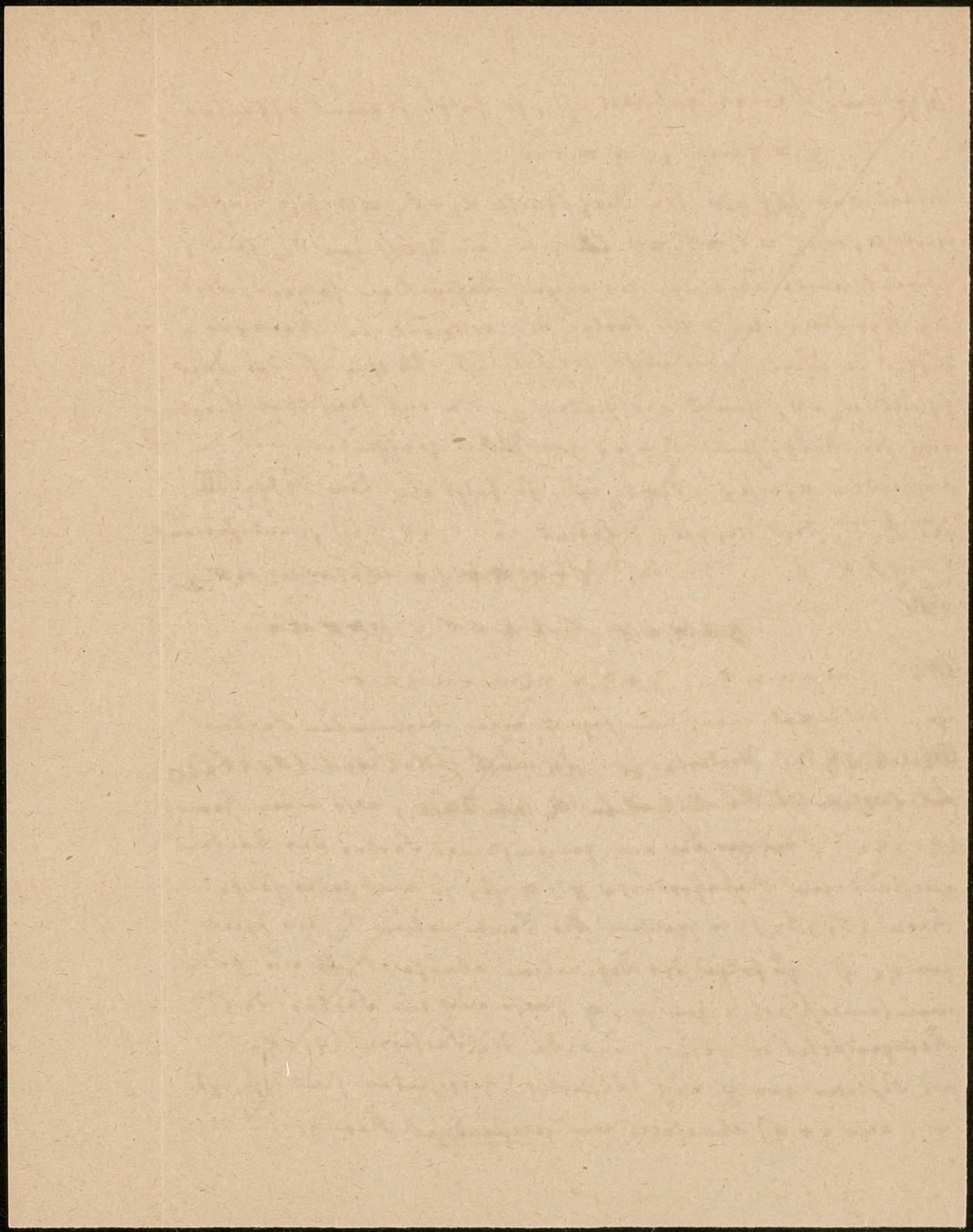
$$\varphi = \pi m, \quad \eta = \pi n.$$

~~Dann nach Satz des Durchgangs $\mu_2 - v_1 = 0$, so müsste, weil $\mu_1 + \mu_2 = v_1 + v_2 = \nu$ ist, μ_2 ein Teiler von v_2 sein; hierauf würde aber nach der obigen Definition folgen, daß der Bruch (μ_1, μ_2) ein Faktor des vollständigen Bruches ν ist, was nicht der Fall ist, d. h. es ist das Durchgangs $\mu_2 - v_1$ von 0 verschieden. Da auf das selbe Ergebnis auf dem Durchgangs $v_2 - \mu_1$ von 0 verschieden, und da außerdem $\mu_1 + \mu_2 = v_1 + v_2$ ist, so folgt aus dem Satz III des §. 7, daß (μ_1, μ_2) fremd zu (v_1, v_2) ist, und hierauf (nach §. 6. T.) folgt~~

~~daß φ ein Teiler von m und η ein Teiler von n .~~

~~Also~~ $m+n = \nu, \quad \varphi+\eta = \pi(m+n) = \pi$

~~ist. Betrachtet man nun irgend einen bestimmten Faktor φ des Produktes $\varphi_1 \varphi_2$, so findet jedes Produkt $\varphi_1 \varphi_2$ den Bruch φ als Teiler des Produktes $\varphi_1 \varphi_2$, also einen Faktor (φ_1, φ_2) ; weiterhin ist ein gemeinsamer Faktor des beiden vollständigen Bruches φ, η ist, so muß jedes Bruch φ_1, φ_2 die Kombination φ_2 mit einem Faktor von φ_2 ist, so folgt die Definition abweichen. Ein solcher gemeinsamer Faktor von φ, η , also auch ein Faktor des Bruches $\varphi_1 \varphi_2$ ist, und da die Faktoren (φ_1, φ_2) der Faktoren von φ aus (äußerlich) verschieden sind, so ist φ , also $(\varphi+\eta)$ ebenfalls ein vollständiger Bruchprodukt.~~



~~daß S. 2 die Grunddarstellungen aller diagonalen Elementen (α, α) , in welchen α von 0 verschieden ist; die übrigen Elemente (α, β) und ihre Darstellungen, wie z. B.~~

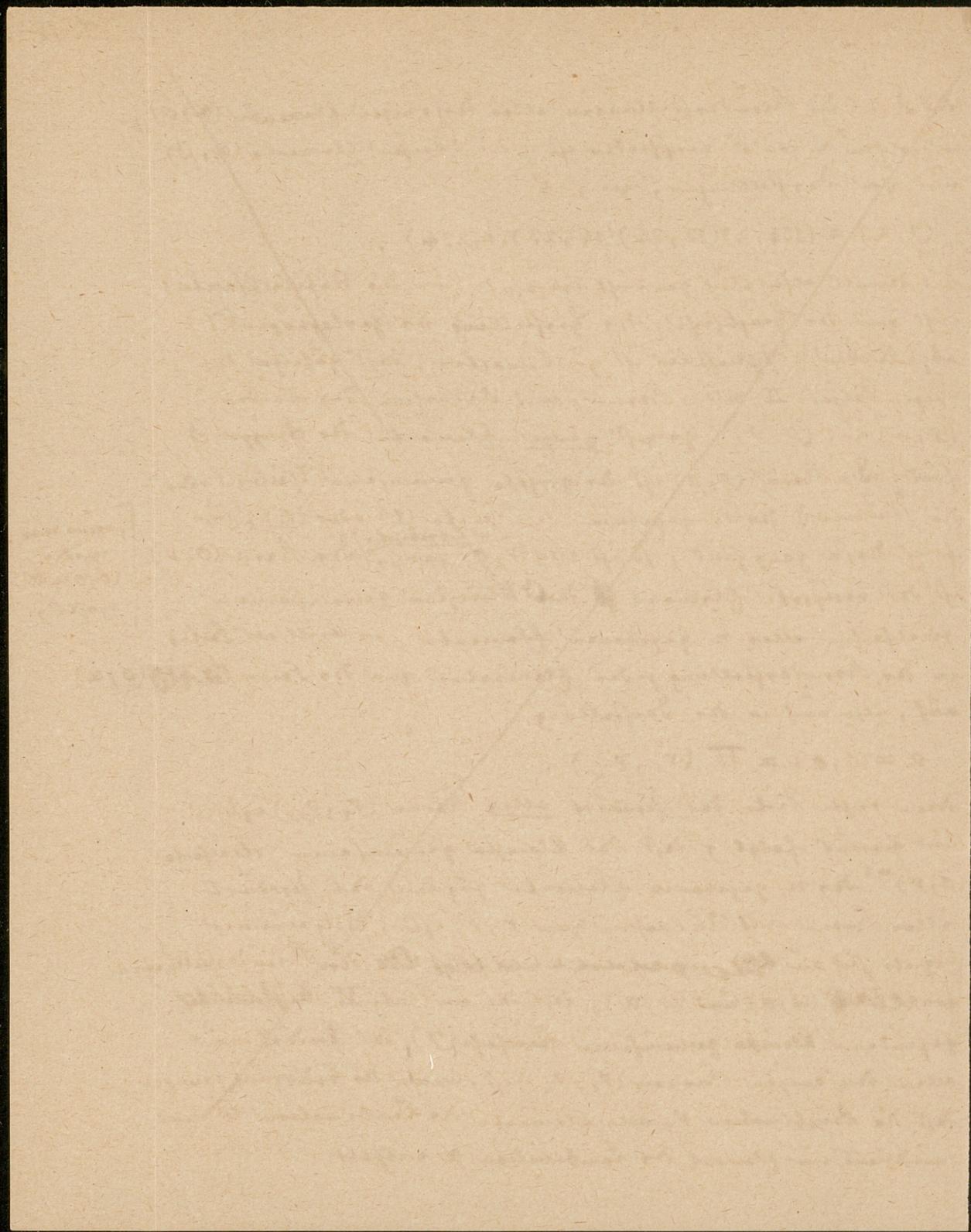
$$(1, 2) = (134, 2)(13, 24)(14, 23)(1, 234),$$

~~finden dauernd abhängig ganz mit einigem, um die Ausführbarkeit nicht von der Gruppentheorie, der Darstellung der Zerlegung γ) abzuhängen. Allerdings ist zu bemerkern, daß zufolge des obigen Faltes II aller Fasen, wenn Ausnahmen der beiden $(v, 0)$ und $(0, v)$, ganz ganz Elemente der Gruppe G sind. Die Faser $(v, 0)$ ist das größte gemeinsame Teiler (oder die Norm) des in gebauenen Elementen (1) oder (2) , und falls diese ganz sind, so ist auch $(v, 0)$ ganz, die Faser $(0, v)$ ist das vereinfachte Element gemeinsam v teilen alle in gebauenen Elementen; so tritt der Faktor in der Grunddarstellung jedes Elementes von der Form ~~(0, 0)~~ $(0, \alpha)$ auf, also aus in der Darstellung~~

aus man wieder $(0, 0) = 0$ ergibt,

$$\sigma = (0, 0) = \prod (v_1, v_2),$$

~~denn wegen Fakts das Produkt aller Fasen (v_1, v_2) ist, und ferner folgt z. B. daß das Kleinst gemeinsame Maß $(0, v)^{-1}$ das in gebauenen Elementen zugehörige Produkt aller Fasen mit Ausnahme von $(0, v)$ ist. Allgemeines ergibt sich aus ~~der~~ α -Faser und β -Faser die Grunddarstellungen von ~~(0, 0)~~ $(0, 0)$ und $(0, \alpha)$, daß das im Fall II ~~ab~~ gefundene Kleinst gemeinsame Maß (γ) das Produkt aus allen diagonalen Fasen (v_1, v_2) ist, welche die Bedingung erfüllen, daß die Kombination v_1 aller Elemente der Kombination w aus mindestens einer Elementen der Kombination α besteht.~~

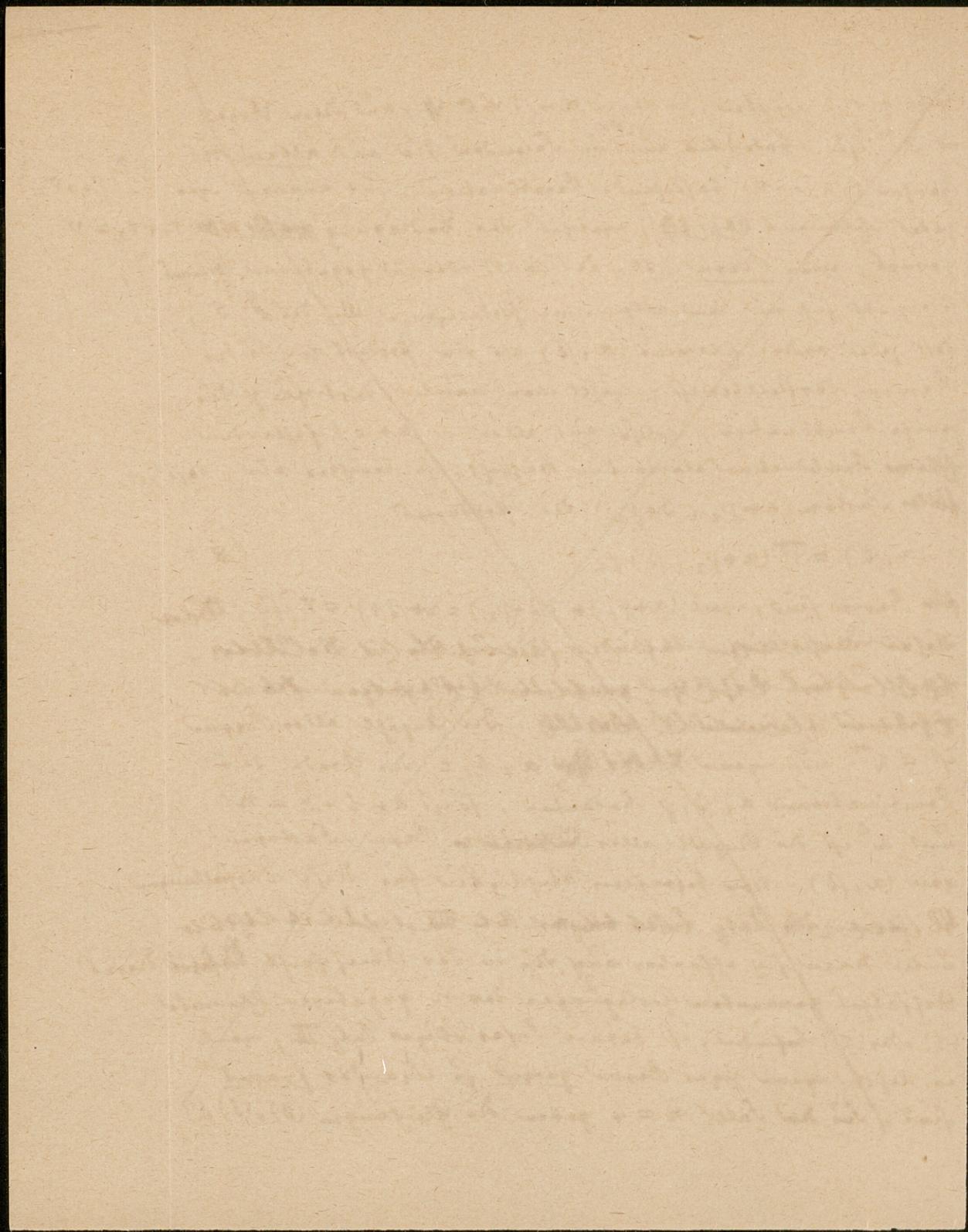


25

~~Die Regeln bedeuten, da man $\alpha - \beta = 0$ ist, und diese Regeln
 $= 3^n$ ist. Es sind also nur n Fällen zu den allen in
Zeilen $1, 2, \dots, n$ bestehende Kombinationen, und man hat dies (v_1, v_2)
jedes Element (α, β) , wobei das Bedingung $v_1 + v_2 = v$
gezeigt, wenn Franz (sc. der in (1) oder (2) genannte Franz),
so ergibt sich aus dem allgemeinen Produktsgesetz III der S. 5,
dass jeder zweite Element (α, β) ein Produkt von beiden
Fällen darstellen ist; zeigt man nämlich dass für die
junge Kombination, welche aus allen in $(\alpha + \beta)$ fallenden
Kombinationen bestellt ist, so langst ein, dass alle
diese Fällen $(\alpha + \gamma_1, \beta + \gamma_2)$ der Produkte~~

$$(\alpha, \beta) = \prod (\alpha + \gamma_1, \beta + \gamma_2) \quad (8)$$

Die Regeln sind, weil $(\alpha + \gamma_1) + (\beta + \gamma_2) = \alpha + \beta + \gamma = v$ ist. Wenn
die Kombination bestehend aus α und β ist, so ist $\alpha + \beta = v$.
Die Kombination $\alpha + \gamma$ besteht aus α und γ .
Die Kombination $\beta + \gamma$ besteht aus β und γ . Die Summe aller Fällen
ist $= 2^n$, und wenn α, β, γ die Grade der
Kombinationen α, β, γ bedeuten, so ist $\alpha + \beta + \gamma = n$,
und 2^n ist die Anzahl aller allgemeinen Fällen
zwischen (α, β) - was befreit uns für diese Darstellungen,
alle Fällen zwischen α und β sind ebenso wie die Fällen
unter ihnen sich offenbar aus in das Übergeordnete allgemeine dient
Aufzählung genannten Fortschreitungen des n gegebenen Elementen
(1) oder (2) befinden, ist ferner was wir obige Tafel III, weil
es liegt, wenn zwei Fällen gegenüber zu einander franz
sind. Für den Fall $n = 4$ gab es die Gleichungen (3), (5), (7)



~~Folge:~~ Sind γ , η vollständige Produkte, so gilt der Valdaus
aus von $\gamma \pm \eta$, und ~~ist~~ $\gamma + \eta$ das Produkt aller ~~der~~ aufgetrennten
Zuw. der zu beobachten, hielte dies die das Produkt von
 γ , η aufgetrennten Faktoren κ in drei Arten auf, in folge
(γ , δ), wobei beiden Produkten gemeinsam sind, ferner in
folge (α , β), wobei in γ allein, nicht in η aufgetreten,
außerdem in folge (γ , δ'), wobei in η allein, nicht in γ auf-
getreten; setzt man für Abhängigkeit des drei entsprechenden
Produkten

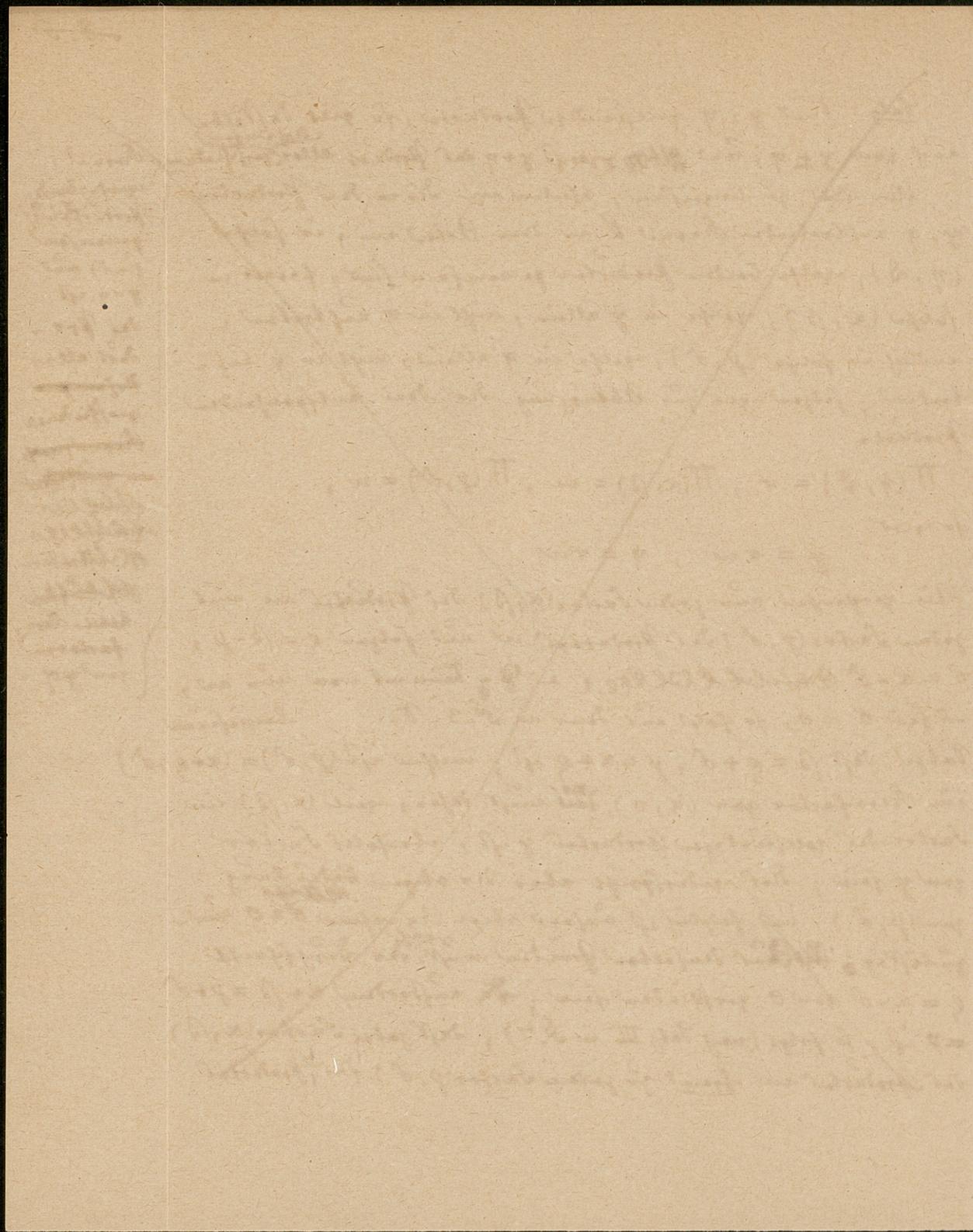
$$\Pi(\gamma, \delta) = r, \quad \Pi(\alpha, \beta) = m, \quad \Pi(\gamma, \delta') = n,$$

so gilt

$$\gamma = rm, \quad \eta = rn.$$

Wir vergleichen nun jeden Faktor (α , β) des Produktes mit rein
jedem Faktor (γ , δ') des Produktes n und setzen $\zeta = \beta - \gamma$,
 $\delta = \alpha - \delta'$. Daß es sich um eindeutige Werte handelt, wenn man aus,
daß sei $\delta = 0$, so folgt aus dem in S. 3. T. ~~hieraus~~
Folge, daß $\beta = \zeta + \delta$, $\gamma = \alpha + \zeta$ ist, wofür ist $(\zeta, \delta) = (\alpha + \zeta, \delta')$
ein Faktorpaar von (α, β) , ~~und~~ muß daher, weil (α, β) ein
Faktor des vollenstetigen Produktes γ ist, ebenfalls Faktor
von γ sein; dies widerspricht aber der obigen Bedingung
von (γ, δ') , und folglich ist unser obige Annahme $\delta = 0$ un-
zulässig. ~~und~~ Damit erhalten Produkten nach der Differenz
 $\zeta = \alpha - \delta'$ von 0 verschieden sein; da außerdem $\alpha + \beta = \gamma + \delta'$
 $= \delta$ ist, so folgt (nach Satz III in S. 7), daß jeder Faktor (α , β)
des Produktes in form zu jedem Faktor (γ , δ') des Produktes

~~Produkt, aufgetrennte
Produktion/
gewinnspur
find, und
 $\gamma - \eta$ ist
das Pro.
durch alle
der
aufgetrennen
Stückpreis
in
Vollfaktor
reicher
Kostfaktor
etabliert
geliefert
Kosten
faktoren
zu groß.~~



8.6.

$$\cancel{m+n = \sigma}, \quad y+q = q(m+n) = q.$$

~~Höchstens zwei neue rote neue Faktor (η , ϑ) der Produktions π , und zuletzt (η , 0) die faire Ausbeutetypen nach (2), so muß jeder folge Faktor, welche (η , ϑ) die beiden vollständigen Produktions π , η darstellen kann ist, aber freier yon einem neuen Faktor zw η , η , also nur Faktor zw π sei; und ferner ist π ein vollständiges Produkt, eingeschlossen das Bezugshaupt des Faktors über $\eta + \eta$ erreichbar ist. Der andere Theil des Faktors ergibt sich leicht aus.~~

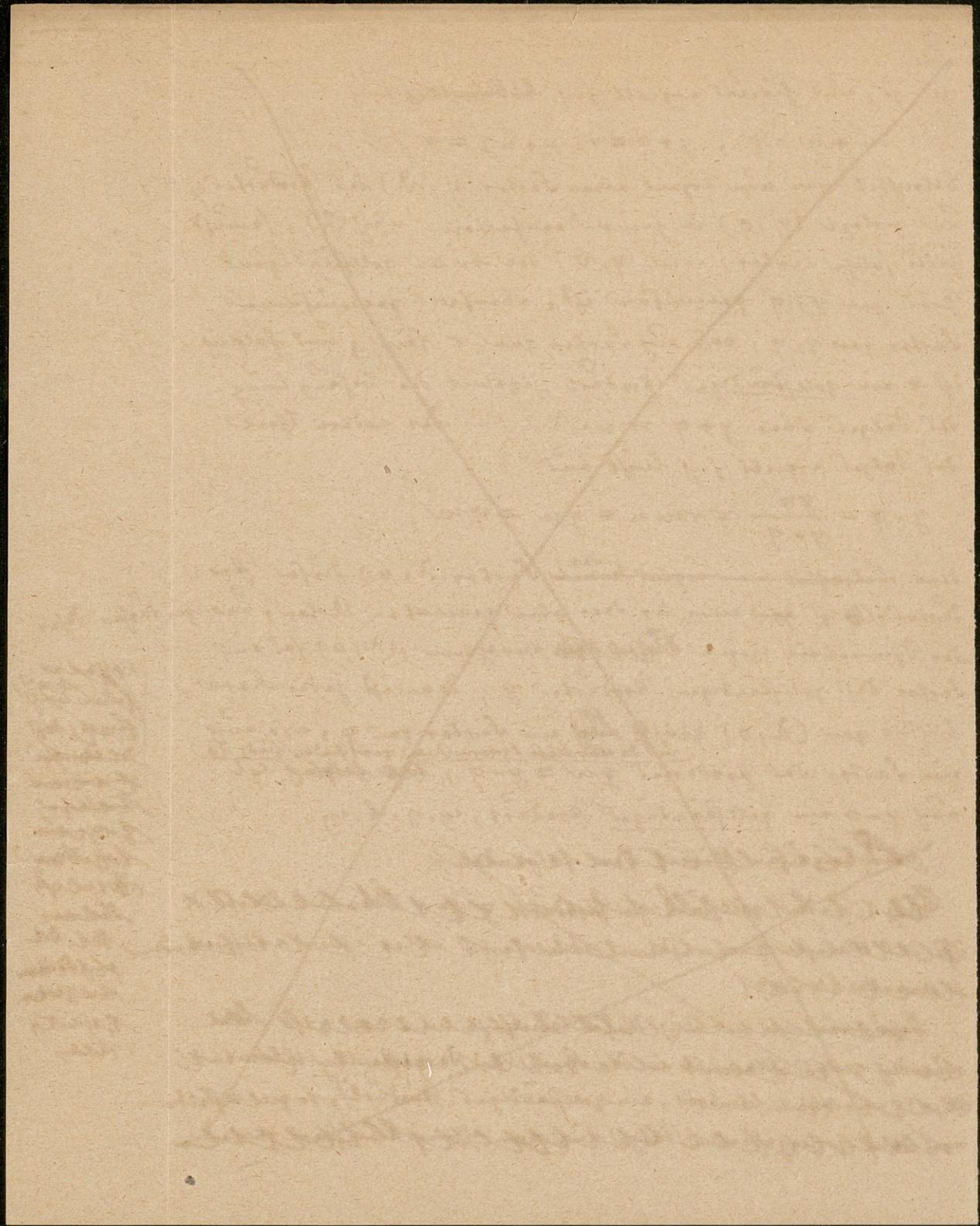
$$y-q = \frac{yq}{y+q} = qm u = \cancel{qmu} = \cancel{qmu};$$

~~Dieu belgafst nuw ergond ^{Inde} Factor (λ, μ) disaf Pro-
dukt alts ip nuw nies ds drei oban gesaant w Ablaw, nuw erg
des Produktivis ergon ~~der~~ ^{die} ~~Produktivis~~ nuw (λ, μ) fai nuw
Factor der vollstaadigen Produkter y; daawif jader Factor,
factor nuw ($\lambda, 0$) ~~valt~~ ^{als} die Factor nuw y, also an
nie Factor der Produkter ^{aus den allen diese Formen} $y = g - q$, ~~verfiedt~~ ^{ist}, so
anq $y - q$ nie vollstaadigen Produkter, ey. $y - b \cdot z$.~~

Mr. Schuyler Colfax and myself

~~They further stipulate that you shall deduct from
your receipts from the sale of all such a sufficient
sum to defray~~

~~Opposite page 100. The following table gives the results of the
various types of methods used in the work to determine the
percentage of benzene in each sample. It is evident from the
table that the benzene was determined with a fair degree of
accuracy and that the results are in general quite reliable.~~



~~Wales des Paarwes $\alpha + \beta$ zweier Ziffern α, β soll dagegen nicht gleich σ vertheilte werden, denn dann müsste z. B. α in α , β in β , oder umgekehrt in beiden Ziffern α, β aufgeteilt sein^{x)}; für diese Addition gilt bekanntlich das Kommutativum und das Assoziativum Gesetz $\alpha + \beta = \beta + \alpha$ und $(\alpha + \beta) + \gamma = \alpha + (\beta + \gamma)$; ferner ist $\alpha + \alpha = \alpha$, $\alpha + 0 = \alpha$. Bei der Darstellung einer Ziffern α als Paarwes der in ihm aufgeteilten Elemente E muss es gelingen, die verschiedenen Möglichkeiten zu kennzeichnen + der Mannigf. σ ergibt sich in Abhängigkeit von α ; bestellt z. B. das Paarw. σ aus den Ziffern von 1 bis 9, so kann dies durch $\sigma = 123456789$ ausgedrückt werden, was ebenso ist die Ord., bzw. $12345 + 3456 = 123456$ zu verstehen.~~

Das Paarw. allein bringt noch keine Elemente E , welche den Ziffern α, β gemeinsam sind, soll im Folgenden mit $\alpha - \beta$ bezeichnet werden aus der Differenz^{xx)} zw. α, β bestimmt; dann ist wieder $\alpha - \beta = \beta - \alpha$, $(\alpha - \beta) - \gamma = \alpha - (\beta - \gamma)$, $\alpha - \alpha = \alpha$, aber $\alpha - 0 = 0$; ~~durch~~ die Gleichung $\alpha - \beta = 0$ drückt aus, dass die Ziffern α, β kein gemeinsames Element E besitzen, ~~die~~ Bildung der Differenz, Subtraktion wird im Folgenden ziel seines Auftrittes vor die Türe gestellt; dass die Subtraktion an beiden Operationen und den dabei auftretenden Dualismus braucht ist das sie nicht einzuführen.

^{x)} Gröber l. c. S. 5. Bd. 1. S. 196.

^{xx)} Dieser war meine Anfrage sehr unzufriedenstellend beantwortet worden, was ich später in diesem Paarw. genau Reich gebraucht. Das Paarw. ~~Produkt~~ wird zw. Reich das Produkt von α, β genannt und ~~ist~~ mit α, β bezeichnet.

und in diesem Falle ist die Paarw. $\alpha + \beta$ gar oder übiger, jn umgedreht die Grade zw. α, β zw. gründl. oder umgekehrt (mod. 2) sind.

$$(0, \alpha) = \Pi (\beta_1, \alpha + \beta_2) ; \beta_1 + \beta_2 = \gamma, \alpha + \gamma = \nu$$

unter den Faktoren befindet sich auch $(0, \nu)$

$$(0, \nu) = (0, \nu) \Pi' (\beta_1, \alpha + \beta_2) ; \Pi' \text{ mit Ausdrücken von } \beta_1 = 0, \beta_2 = \nu$$

$$\frac{(0, \alpha)^{-1}}{\Pi' (\beta_1, \alpha + \beta_2)} = \frac{\Pi' (\nu_1, \nu_2)}{\Pi' (\beta_1, \alpha + \beta_2)} = \text{Produkt aller degeneraten Formen } (\beta_1, \beta_2), \text{ welche}$$

der Bedingungen genügen, dass α nicht in
 β_2 enthalten ist, oder mit anderen Worten,
dass ν_1 mindestens eine

$\alpha - \nu_1$ von θ verschieden.

$$\omega + \alpha + \beta = \nu$$

$$(\omega, \alpha) = \Pi (\omega + \alpha_1 + \beta_1, \alpha_2 + \beta_2)$$

$$(\omega, \alpha) = \Pi (\alpha + \beta_1, \alpha + \beta_2)$$

$$\omega = 1; \alpha = 23; \varepsilon_1 = 2, \varepsilon_2 = 3$$

$$(12, 0) - (13, 0) = (12, 2)(12, 2)(123, 0)$$

$$(12, 0) = (123, 0)(12, 2)$$

$$(13, 0) = (12, 0)(13, 2)$$

Hierbei verläuft gegen die Rechenregeln irgendwie irgendeiner Fehler, das ist ganz, so dass sie ~~alle~~ matematisch Formeln kaum noch voranführen, aber zugleich haben die Gesetze nur ihren Grundzweck verloren, und ich darf Hoffen, dass sie bald abblieben in dieser Form nicht mehr einzige Mathefikationen mehr machen darf mag.

~~Aufgabe 2. H. S. 169. R. 499. Lösung. Die Rechenregeln erfordern, dass zwei Moduln α und β gleichzeitig aus dem Idealring R bestehen, wobei α ein eindeutig abgeschlossenes System der Divisoren ist.~~