Géométrie raisonnée, n.d.

Auteur(s) : Chastenay, Victorine de

Les folios

En passant la souris sur une vignette, le titre de l'image apparaît.

20 Fichier(s)

Les mots clés

Mathématiques

Présentation

Date

- 1812-08-19
- 1812-09-24

Date (calendrier grégorien)19/08/1812

Information générales

LangueFrançais
SourceADCO_ESUP378(25)
Nature du documentmanuscrit
Collation32 p.

Informations éditoriales

PublicationInédit
DestinataireChastenay, Victorine (1771-1855)

Description & Analyse

DescriptionMémoire personnel de géométrie euclidienne

Indexation

Personnes citées

- Archimède
- Cicéron

Notice créée par Isabelle Lemonon Notice créée le 24/10/2020 Dernière modification le 17/12/2024

1

le 19. [illegible] 1812.

La geometrie est la science de l'étendue. elle considère la longueur, la largeur, la profondeur, des lignes, des plans et des solides. elle en ~~[illegible]~~ recherche les rapports. — elle [illegible] toujours vraie toujours positive, le raisonnement en établit les résultats, ~~[illegible]~~ par un enchainement de propositions successivement démontrées. — l'experience les vérifie, la pensée les conçoit, et donne par avance, ceux qu'aucune figure n'a encore présentés. —

j'ai toujours cru, que l'on pourroit traiter de la geometrie dans un ordre philosophique, et que les vérités mathématiques, seroient toutes susceptibles d'offrir [illegible], par une suite de propositions abstraites, et d'une justesse rigoureuse. — ~~[illegible]~~

les lignes sont droites, ou courbes. — et neanmoins la ligne droite entre deux points donnés, est necessairement la plus courte. —

l'angle rectiligne, est formé par la réunion de deux lignes droites qui se croisent en un point. — le point considéré comme le centre d'un cercle, dont les côtés de l'angle seront les rayons, nous comprendrons aisément que la mesure d'un angle est indépendante [illegible] prolongement de ses côtés, puisque [illegible] du cercle compris entre ces mêmes côtés, aura toujours ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ d'un angle.

[illegible] de convention [illegible] supplément

~~[illegible]~~

en suivant toujours cette idée, que le point, où une ligne droite en coupe une autre, doit être considéré comme le centre d'un cercle, il sera facile d'en déduire, que l'une de ces deux lignes, ~~partageroit~~ partagera le cercle en deux parties égales, et en [illegible] le diamètre. — ainsi tous les angles formés d'un même point sur cette ligne, auront ensemble pour mesure une demi-circonférence, ou bien 180 degrés. — Et de toutes les fois que deux angles auront le même supplément, ou le même complément, ils seront égaux entre eux. —

Cette vérité bien reconnue, nous aidera à concevoir dans toute figure, comment deux angles opposés au sommet sont nécessairement égaux. — Deux angles ne peuvent être opposés au sommet que par le croisement de deux lignes; chacune de ces lignes étant droite, et passant au même point, peut tour à tour être considérée comme le diamètre d'un même cercle, dont le point d'intersection des deux lignes est le centre; les deux angles formés sur chacune de ces lignes, auront ensemble pour mesure les 180 deg. de la demi-circonférence, et les deux angles opposés, ayant tour à tour pour supplément le même angle, celui qui se trouvera formé par l'inclinaison réciproque des deux diamètres. — Donc ils seront égaux entre eux. —

Je sais que la moindre figure ferait sentir à l'œil cette vérité, mais il suffit au [illegible] que je me propose, que l'intelligence lise seule. — on voit là la mesure et les principaux rapports des angles irrévocablement fixés. —

Considérons maintenant deux lignes droites à des distances toujours égales, nous les nommerons parallèles. — la sécante qui les coupera plus ou moins obliquement, formera sur chacune, toujours du même côté, des angles continuellement égaux. — car les parallèles ayant toujours une direction semblable à la sécante, l'inclinaison [illegible] chacune [illegible] — il est également vrai, que les quatre angles formés sur chaque parallèle auront tour à tour pour supplément, l'angle opposé formé sur la même ligne, soit à droite, soit à gauche, car nous avons avant tout établi, que tous les angles formés d'un même point sur une ligne, vaudraient toujours pris ensemble, 180 degrés, ou la demi-circonférence. —

par une conséquence de ces vérités, que nous venons d'établir, deux angles dont les côtés seront parallèles les uns aux autres, seront encore égaux entre eux, car en prolongeant [illegible] les côtés de l'angle qui paraît compris dans l'autre, de manière à ce qu'ils rencontrent les deux côtés de l'angle extérieur, les lignes qui les composent devenues sécantes tour à tour, laisseront aux angles qu'elles forment, les propriétés résultant de ceux que sont compris entre deux parallèles. —

La tangente est une ligne considérée dans ses rapports avec la circonférence d'un cercle, qu'elle ne touche qu'en un point, elle la touche en un point. — si elle pouvait la toucher en deux points, elle couperait nécessairement dans le cercle, puisque les points [illegible] entre les deux points les plus voisins d'une ligne, et non courbe, entre les deux points de la circonférence. — il s'ensuit que la tangente est toujours perpendiculaire à l'extrémité du rayon qu'elle touche, car elle [illegible] à angle droit la ligne, ou le rayon, qui la prolonge du centre. —

Nous avons reconnu, considérant un angle, dont nous considérions le sommet comme le centre d'un cercle, l'arc pour sa mesure; nous pouvons maintenant considérer l'arc compris entre ses côtés, nous pouvons, en plaçant le sommet, les angles sous un rapport nouveau, [illegible] deux côtés dont la [illegible] à la circonférence d'un cercle; ou bien l'un des deux étant tangente du cercle, à la circonférence, et l'autre sera corde. —

Les angles dits opposés, ou ~~[illegible]~~ convexes de la tête, ~~[illegible]~~ nous permettront aussi de nouvelles propriétés ; — ils n'auront plus pour leur mesure que la moitié de l'arc compris entre leurs côtés. — en effet nous avons constaté [illegible] que deux angles dont les côtés sont parallèles étaient égaux ; — ~~mais~~ l'angle inscrit à la circonférence d'un cercle, sera donc égal, à celui dont le sommet serait au centre, et dont les côtés seraient parallèles aux siens, il aurait donc même mesure. — Nous or, l'angle ~~[illegible]~~ sur lequel s'appuye l'angle central et qui fait sa mesure, est justement moitié de celui, qui forme partie d'une circonférence double. — c'est à dire d'une circonférence qui prendrait pour rayon le diamètre de la première, et ~~[illegible]~~ aurait déterminé pour centre le point de la circonférence où nous avons placé la tête de l'angle objet de notre étude, aurait d'abord été placé. — mais si cette comparaison proportionnelle ne paraissait pas établie d'une façon assez rigoureuse, nous établirons pourtant encore l'enchaînement à un ordre de vérités successivement reconnues. — les angles dont les côtés sont parallèles sont égaux. donc l'angle ~~central~~ inscrit, ayant ses côtés parallèles aux [illegible] égale, à celle de l'angle central dont les côtés sont parallèles aux siens. — maintenant pour démontrer que ~~l'angle~~ l'arc sur lequel s'appuye l'angle central, est moitié de celui sur lequel s'appuye l'angle inscrit dont les côtés lui sont parallèles. — je rappellerai deux vérités l'une que les angles opposés au sommet sont égaux. l'autre, que les arcs compris entre parallèles sont aussi nécessairement égaux, puisqu'ils naissent de la sécante, ils mesurent des angles qui le(s) font [illegible] prolongeant les côtés de notre angle central, et nous verrons que l'angle central est égal, à son opposé, formé des deux arcs compris entre les parallèles qui

sont les côtés des deux angles, et que par conséquent l'arc qui doit mesurer l'angle inscrit, est moitié de celui qui serait compris entre les deux côtés. —

Cette règle doit s'appliquer à l'angle composé d'une tangente et d'une corde, ~~[illegible]~~ [illegible] les côtés seront parallèles aux siens. — et il aurait la même mesure. — on pourra concevoir que dire que [illegible] l'angle central est moitié de celui qui appuye l'angle formé par la tangente, et la corde, parallèles à ses côtés, il conviendra encore de prolonger en sens inverse les côtés de l'angle central et de concevoir que son angle opposé lui sera égal, et que l'angle opposé a pour sa mesure, l'arc compris entre le rayon [illegible] et la corde, parallèles, que formeront chacun [illegible] prolongé [illegible] angle, et l'arc compris, entre le rayon prolongé qui forme [illegible] et celui qui est parallèle à la tangente, [illegible] le rayon [illegible] appelles, le second côté de leur angle [illegible] de l'autre côté. [illegible] entre les parallèles [illegible] — la tangente, dans et la démonstration [illegible] paraître bien simple — par conséquent [illegible] nous le dire, est perpendiculaire au rayon au point où la tangente [illegible] diamètre. — [illegible] au diamètre, [illegible] point [illegible] angle droit [illegible] le cercle, l'angle formé par ces deux lignes, [illegible] compris [illegible] 90. degrés, moitié précisément de la demie circonférence [illegible] la tangente. l'extrémité inférieure du diamètre, et celle qui [illegible] mis l'angle de la corde, et de la tangente qui nous occupe [illegible] le diamètre complètement mesuré par celui que nous supposons formé par [illegible] et la tangente, il reste la valeur de celui, qui se [illegible] au point de la tangente compris entre le diamètre, et la corde, que [illegible] la moitié de l'arc mis l'angle inscrit à la circonférence [illegible] l'angle formé par sur lequel il s'appuye [illegible] [illegible] tangente [illegible]

La théorie des angles ne se borne pas aux considérations
qui viennent de nous occuper. on peut relativement au
cercle, les considérer encore sous deux rapports. l'un suppose
que leur sommet est placé dans un point quelconque du
cercle, et non au centre, ou à la circonférence. l'autre
suppose leur sommet placé hors de la circonférence sur laquelle
retombent leurs côtés

[illegible] la mesure des angles, abstraction faite
[illegible] de vérités nous conduira, à la seconde? — la
théorie des parallèles, vient de suite à notre secours. — l'angle
dont le sommet se trouve dans un point du cercle, est également
principe des angles compris entre parallèles, égal à celui dont
le sommet serait inscrit à la circonférence, et dont les côtés
[illegible] tracés parallèles, à l'un des côtés de l'angle, et du
second côté parallèle, à l'autre côté du même angle, qui serviront
prolongement du second côté de ce même angle, de l'angle interne
de sécante aux parallèles. — la mesure de l'angle, la mesure de
la moitié de l'arc sur lequel s'appuyent ses côtés, la mesure de
l'angle du cercle devant être la même, il nous faudra la
compléter, et de la moitié de l'arc sur lequel il s'appuye, et
de la moitié de l'arc compris entre les côtés parallèles, qui
complète la mesure de l'angle interne, [illegible] entre les côtés prolongés
au même de la moitié de l'arc compris entre parallèles
de l'angle du cercle, puisque les arcs compris entre [illegible]
sont égaux. et ici nous n'invoquerons point le principe
de l'égalité des angles opposés par le sommet, pour faire l'angle
compris entre les côtés prolongés [illegible] de l'angle du
cercle, égal à lui — ce point pris dans le cercle pour tête de l'angle
[illegible] jamais être considéré comme le centre, et la circonférence qui [illegible]
[illegible] la mesure à notre angle [illegible] indépendante de lui. —

nous comprendrons bien aisément et toujours par cette règle
si belle des parallèles, et des sécantes, que l'angle placé hors de
la circonférence a pour mesure la moitié de l'arc concave, moins
la moitié de l'arc convexe compris entre ses côtés — car angle
[illegible] égal à un angle interne dont un des côtés [illegible]
[illegible] de l'angle extérieur, et dont le 2ème côté [illegible]
parallèle au 2ème côté de l'angle extérieur. — le côté commun
[illegible] de sécante aux deux lignes parallèles. — puisque
[illegible] l'angle interne, [illegible]
[illegible] que la moitié de l'arc, qui soutient l'angle extérieur
la moitié de l'arc concave sur lequel s'appuyent les côtés [illegible] des deux angles
moins la moitié de l'arc compris entre les côtés du même arc, puisque
[illegible]
ou la moitié de l'arc convexe, égale à la même [illegible] parallèles
ou la moitié de l'arc se trouvent compris entre les deux lignes parallèles
tous deux se trouvent compris, [illegible]

Il faut au moins trois lignes, pour enfermer [illegible]
et le triangle [illegible]
nous traiterons ailleurs, quand les principes [illegible] convenues. —

Toute la théorie des triangles est fondée sur celle des
angles. —

La somme des trois angles d'un triangle sera toujours égale
à 180 deg. car il faut leur supposer pour mesure, les arcs dont
[illegible] le triangle sera [illegible]
même circonférence, [illegible]
interne, et chacun des angles [illegible] pour la mesure la moitié
de l'arc sur lequel il s'appuye. [illegible]
une suite d'axiomes décisifs pour la théorie des triangles [illegible]
que nous avons reconnus. entre autres nous noterons [illegible]
les côtés opposés à des angles égaux, sont égaux, [illegible]
et des arcs égaux, et réciproquement. —

deux triangles seront egaux, quand ils auront un angle
egal, compris entre deux cotés egaux — les trois angles [illegible]
respectiv^t egaux, par le rapport egal des cotés, la contiguance
et [illegible]. — reciproquement, deux triangles seront egaux quand
ils auront un coté egal, adjacent a deux angles egaux. —

La theorie si simple des triangles, [illegible] celle des Polygones.
car au moyen de diagonales menées d'un angle a un autre,
on les reduit tous en triangles. — or comme tout Polygone peut
etre divisé selon ses angles, en autant de triangles, qu'il a de
cotés moins deux, la somme de tous ses angles sera egale a 180 deg
pris autant de fois, qu'il a de cotés moins deux —

Rien de plus simple d'après ce principe, que de rapporter la mesure
de chaque angle d'un Polygone regulier. — il ne s'agira que de
prendre 180 deg autant de fois, que le Polygone a de cotés moins
deux, puis de diviser cette somme par le nombre de cotés du
Polygone, car il a autant d'angles [illegible] que de cotés.

Pour avoir la mesure de l'angle central d'un polygone regulier
il suffit de diviser les 360 deg de la circonférence, par le nombre
des cotés du Polygone, car les cordes egales soutendent des arcs egaux —
de ce principe fondamental, il résulte que le coté de l'hexagone
est egal au rayon du cercle circonscrit. — car d'après cette mesure,
qui determine la division du cercle, l'angle central de l'hexagone, est
de 60 degrés — mais cet angle etant formé par deux rayons du cercle, les deux angles
aboutis aux deux extremités du coté de l'hexagone seront donc egaux entre
eux, [illegible] du triangle qu'ils forment avec le coté, puisque les deux rayons qui leur sont opposés, [illegible]
par moitié [illegible] du coté. — ils auront donc chacun 60 deg. moitié
des 120 qui restent après la soustraction des 60 de l'angle central. ainsi
voilà 3 angles egaux, les trois cotés seront donc egaux, et le coté de l'hexagone egal au rayon de la circonférence circonscrite —
[illegible]

Chercher la theorie des lignes sera complette, si nous
cherchons, d'après quelles lois, elles peuvent devenir proportionelles
et former des figures semblables. — mais ces lois [illegible] dans
le petit nombre de verités que nous avons trouvées si facilement,
expliquons nous. —

Si nous concevons un angle quelconque, et si nous divisons
en parties egales, un coté de cet angle — si d'un de ces points
de division, nous menons une ligne quelconque sur l'autre
coté de l'angle, et si parallèlement a cette ligne, nous
menons autant d'autres, de chacun des points de division, nous
aurons aussi divisé le second coté de l'angle en parties egales
entre elles. — notre regle des parallèles [illegible] nous [illegible] a point
a demontrer par [illegible], que des lignes parallèles, [illegible]
coté divisé, en parties de chacun des points de division [illegible]
sur le 2e coté, [illegible] parallèles [illegible] demontré; [illegible]
egaux; mais la theorie des triangles nous a demontré, [illegible]
les triangles sont egaux, quand ils ont un coté egal, [illegible] du 2e coté de l'angle
angles adjacents. — or les divisions du 2e coté [illegible] donc elles sont egales
chacun des cotés de ces triangles etant egaux, [illegible] susceptibles d'être mis en rapport
entre elles, et par conséquent susceptibles [illegible] entre elles. du premier
[illegible], avec les divisions aussi egales entre elles établies sur [illegible] des
coté de l'angle. — nous pouvons donc établir les parties semblables, des
rigoureuses proportions entre toutes les parties, par les cotés des
triangles formés par ces lignes parallèles et [illegible]
grand angle, que nous avions d'abord supposé [illegible]

L'application de ce principe qui permet de mettre en rapport [illegible]
les lignes semblables, pour [illegible]
[illegible] d'un triangle une ligne menée d'un des cotés parallèlement
a la base coupera l'autre coté, en parties proportionnelles a celles de la base

côté. — Si l'on divise un angle d'un triangle en deux parties égales, par une ligne qui tombe sur le côté opposé, les deux parties de ce côté seront proportionnelles aux deux côtés correspondants du triangle.

Cette proposition sera bientôt éclaircie, en supposant [illegible] d'une ligne extérieure parallèle à celle qui divise l'angle, et s'élevant de l'extrémité du côté opposé à cet angle. — on prolonge le côté du triangle qui se termine au sommet de l'angle divisé jusqu'à ce qu'il atteigne cette ligne parallèle — cette opération [illegible] ainsi que nous [illegible] deux autres triangles, dont les côtés [illegible] les angles [illegible] pourraient être mis en rapport; mais le principe des parallèles, qui détermine l'égalité des angles alternes et internes, le principe qui veut que les côtés opposés à des angles égaux soient égaux, permet de suppléer le côté du triangle prolongé [illegible] côté [illegible] proportion se trouve déterminée avec une exactitude [illegible] semblables.

Deux triangles qui ont les trois angles égaux, sont semblables et leurs côtés sont proportionnels. —

La perpendiculaire abaissée du sommet de l'angle droit d'un triangle rectangle sur l'hypothénuse, est moyenne proportionnelle entre les deux segments de l'hypothénuse — bien plus chacun des côtés de l'angle droit deviendra moyen proportionnel entre l'hypothénuse et le segment correspondant. C'est qu'en effet, le triangle principal et les deux triangles formés par l'abaissement de la perpendiculaire, seront semblables tous les trois entre eux [illegible] en rapport, leurs côtés homologues, sont établies les trois proportions que nous venons d'énoncer. —

On conçoit comment une simple règle de trois, aussi bien qu'une opération graphique, pourra toujours donner le 4e terme, [illegible] étant établi. —

Les opérations trigonométriques les plus compliquées [illegible] uniquement sur le système de la théorie des triangles, et du rapport de leurs angles, et de leurs côtés, et c'est ainsi qu'appliquant [illegible] petit nombre de vérités que l'homme a mesuré le ciel aussi bien que la terre. —

~~Maintenant si nous cherchons dans le cercle, des lignes proportionnelles [illegible] nous atteindrons à un problème dont la solution [illegible] jusqu'ici resté pour impossible. — c'est le rapport [illegible]~~ tous les rapports de la circonférence aux lignes qui traversent le cercle, resteront nécessairement toujours dans la théorie des triangles. — Les polygones semblables, peuvent toujours se résoudre en [illegible] triangles. — Les côtés des polygones [illegible] de se mettre en rapport, et d'un principe contenu et compris à celle des [illegible] la somme des côtés de chaque figure, comparée nécessairement entre elles [illegible] côtés de la figure semblable, [illegible] il s'ensuit que la somme des côtés d'un [illegible] comme les côtés homologues. — la somme des [illegible] d'un cercle étant considérée comme [illegible] polygone infini, les circonférences des cercles sont entre elles comme leurs rayons, ou leurs diamètres. —

La théorie des triangles semblables nous sert encore à démontrer que deux cordes qui se coupent dans un cercle en quelque point que ce soit, donnent un rapport tel que les deux parties de l'une en forment les moyens, tandis que les deux parties de l'autre en forment les extrêmes. — Donc si une des deux parties [illegible] passait par le centre du cercle, et en était un diamètre, la corde qui viendrait à le couper perpendiculairement aurait les deux parties pour moyens de la proportion [illegible] dont les deux segments du diamètre [illegible] Mais comme dans le cas où le diamètre partage une corde en deux parties égales, la corde [illegible] nous parlons, le diamètre partage perpendiculairement [illegible] même exactitude que la perpendiculaire abaissée d'un point quelconque de la circonférence sur son diamètre, sera moyenne proportionnelle entre les deux segments de ce diamètre. —

Les applications de la loi proportionnelle des triangles semblables peuvent se présenter sous différents aspects, mais le principe en sera toujours le même. —

Nous avons donc considéré les angles, ~~les~~ avec leurs rapports leurs [illegible], ~~triangles~~ de diverse nature. — Les triangles, dont toute la théorie repose uniquement sur celle des angles, ~~les polygones~~, dont ce compte de la composition des polygones, enfin les proportions qui naissent de la comparaison des triangles semblables. — tout s'enchaîne, tout se tient. toute vérité dans ce système, dérive de celle qui la précède, et en fait éclore ~~naître~~ de nouvelles. — cet ordre intellectuel, indépendant des erreurs de l'esprit, est éternel, comme Dieu même, le type de toute vérité. — existe en Dieu, est hors de toute matière qu'il fait reconnaître ses lois, par qui toute matière existe, et se modifie. —

2 Le 27. [illegible] le 12.

nous avons étudié les lignes, étudions maintenant les surfaces, quelques loix faciles à connoître, vous en [illegible] la théorie [illegible] la geometrie ne consiste qu'en un enchainement de vérités, dont une demonstration engendre [illegible] suivante d'axiomes, ou de formules, détermine [illegible] applicables, à des propositions [illegible] solutions plus compliquées. c'est une espece d'echafaudage qui conduit l'esprit par degrés, aux hauteurs qu'il prétend atteindre dans la théorie ~~[illegible]~~ des surfaces, nous reviendrons [illegible] au triangle — [illegible] en commençant [illegible] de même base, et de même hauteur [illegible] d'un parallelogramme de même [illegible] en effet doublons le triangle, le coté [illegible] devient de même base, et de même la diagonale d'un parallelogramme de même [illegible] hauteur, que le triangle des lignes, on [illegible] tracé : or c'est la surface du triangle, c'est le ~~[illegible]~~ rapport qui se donne, que doit [illegible] encore servir de type, à toutes les [illegible] ~~[illegible]~~ les surfaces de toutes les [illegible] ~~[illegible]~~ — il n'est point de Polygone qu'on ne puisse réduire ou plutot comparer à un triangle de même base égale à [illegible] ~~[illegible]~~ de même surface —

Mesurer une surface, c'est déterminer combien de fois cette surface contient une autre surface commune. — vous avez donc le nombre de mesures quarrées contenues dans la surface d'un parallelogramme quelconque, il faudra mesurer la base, en mesurer la hauteur avec une même mesure, et multiplier le nombre des mesures de la base par le nombre des mesures de la hauteur. Il résulte de cette définition, et de la proposition que nous avons établie, que pour avoir la surface d'un triangle, il faudra multiplié sa base par la hauteur, ou pour la moitié, ce qui est la même chose, multiplié sa base par la moitié de la hauteur. —

La réduction de toutes les figures planes en triangles, nous apprend à trouver leurs surfaces par un même procédé. — On partage le polygone quelconque en triangles, au moyen de plusieurs diagonales menées d'un même point, et l'on en calcule séparément toutes les surfaces. Et comme un cercle n'est vraiment qu'un polygone d'une infinité de côtés, on aura la surface d'un cercle, en multipliant sa circonférence par la moitié du rayon. —

Le problème qui a occupé tant [illegible], qui selon toute apparence ne pourra jamais être rigoureusement résolu, le rapport du diamètre à la circonférence, et le polygone infini, a été pourtant constamment [illegible] établi de 7 à 22. établi comme Archimède par approximation, et en partant de cette base, pour établir une proportion, la circonférence [illegible] supposée, avec quelque succès, la circonférence multipliée par son demi rayon comme d'un cercle, [illegible] il est curieux de voir comme l'esprit humain, trouvant toujours [illegible] obstacle invincible à sa marche, [illegible] de la nature qu'il parcourt, en tendant continuellement [illegible] l'obstacle [illegible] toute entière s'oppose à ses progrès, et lui [illegible] les facultés intellectuelles [illegible] de l'homme, c'est ce qu'il [illegible] le point. —

La propriété du triangle appliquée au cercle, nous apprend par analogie à trouver les surfaces des moindres secteurs de la circonférence [illegible] cercle. — celle du secteur ou de la portion du cercle comprise entre deux rayons, et l'arc qu'ils embrassent, se trouve dans le produit de l'arc lui-même par la moitié du rayon — la surface

du segment, ou de la portion du cercle comprise entre une corde et l'arc, se trouvera en déduisant de la surface du secteur formé par deux rayons appuyés aux extrémités de l'arc, celle du triangle compris par la corde, et les deux rayons —

Maintenant voici un rapport intéressant à établir — les surfaces de deux figures semblables sont entre elles, comme les quarrés des côtés, ou des lignes homologues de ces figures. — Nous avons reconnu en effet, que toute figure pouvant se rapporter au triangle, — nous avons également reconnu, que tout triangle est la moitié d'un parallélogramme de même base et de même hauteur, et comme [illegible] de surface quelconque [illegible] il [illegible] le parallélogramme pour base [illegible] plus commode, [illegible] la démonstration. —

La surface d'un parallél. est égale au produit de sa base par sa hauteur, on peut donc établir une proportion [illegible] dont les termes seront les surfaces des deux figures [illegible] la surface de [illegible] des figures en effet, [illegible] parallélogrammes [illegible] que la surface [illegible] semblable, dans le rapport [illegible] de la surface de la figure [illegible] perpendiculaire de la base de l'une multipliée par sa hauteur [illegible] avec la base de l'autre multipliée [illegible] deux expressions [illegible] perpendiculaires. Car ce ne sont que deux expressions de même idée. mais les lois des rapports permettant [illegible] changer les termes d'une proportion, tant qu'elle [illegible] d'être le même rapport, [illegible] dans le même rapport — et les termes sont changés dans le même rapport [illegible] le cas qui se présente [illegible] substituant [illegible] homologue [illegible] cette base la base multipliée par la hauteur [illegible] multipliée par elle-même, car les côtés des triangles semblables sont proportionnels entre eux — mais un côté multiplié par lui même, c'est le quarré de ce côté, donc il étoit démontré que les surfaces des parallélogrammes étoient entre elles comme les quarrés de leurs côtés homologues. — il en est de même à l'égard des surfaces des triangles semblables, puisqu'un triangle n'est autre chose que la moitié d'un parallél. de même base et de même hauteur; et comme la figure la plus compliquée peut encore se rapporter aux triangles, il s'ensuit naturellement que les surfaces de toutes figures semblables sont entre elles comme les quarrés des côtés ou lignes homologues de ces figures. Comme les quarrés [illegible] les surfaces des cercles sont donc entre elles, comme les quarrés de leurs rayons, ou de leurs diamètres —

La comparaison des surfaces amène le géomètre à découvrir la solution de ce problème, pour laquelle Pythagore ~~[illegible]~~ le quarré de l'hypothénuse, côté opposé à l'angle droit d'un triangle rectangle, est égal à la somme des deux quarrés faits sur les deux côtés qui forment cet angle. —

établissons les rapports qui présentent le rapport des triangles et celui de leurs côtés, donc nous venons de constater la justesse; après avoir supposé un triangle, supposons également une perpendiculaire abaissée sur sa base, du sommet de l'angle droit; cette perpendiculaire aura formé 3 triangles semblables entre eux, le grand triangle, et les deux petits formés par l'abaissement de la perpendiculaire. — les surfaces de ces trois triangles se trouvent entre elles, comme les quarrés de leurs hypothénuses, qui sont effectivement les trois côtés du grand triangle. mais en toute proportion, on peut sans en changer le rapport, ajouter entre eux, deux ou plusieurs, des termes semblables de comparaison, pourvu que l'antécédent, et le conséquent

éprouvent l'altération semblable. — dans la proportion donc nous venons de parler, il se trouve six termes — si les quatre premiers sont les surfaces des deux petits triangles, et les quarrés de leurs côtés, on peut respectivement les ajouter pour deux à deux par deux. les surfaces des deux petits triangles sont donc aux quarrés pris ensemble de leurs hypothénuses, comme la surface du grand triangle est au quarré de son hypothénuse. mais la surface du grand triangle, la somme des surfaces équivaut à celle des deux triangles, les quarrés des deux autres hypothénuses sera donc égal au quarré de la troisième hypothénuse, les conséquents [illegible] leurs antécédents. Car en toute proportion, [illegible] entre eux, dans le rapport mathématiques, consiste à découvrir un rapport

tout le jeu des opérations mathématiques, consiste à découvrir un rapport inconnu, d'après la connaissance des autres, dont un rapport quelconque avec lui — souvent il n'a fallu que l'avoir trouvé de saisir d'abord ce rapport, mais dès qu'il a été trouvé, une suite de démonstrations, et de conséquences, en [illegible] bientôt constaté la justesse, et [illegible] si nous n'avions [illegible] des côtés

la connaissance du rapport respectif des quarrés des côtés d'un triangle rectangle, nous permettra toujours de calculer [illegible] donnés deux de ces côtés, donc la mesure ne nous sera pas donnée et côté [illegible] dans toutes, qu'on vérifie les 3 [illegible] importantes opérations trigonométriques, d'après lesquelles, [illegible] la connaissance, tous mis, par la géométrie en rapport — [illegible] Ainsi de ce rapport respectif nous apprend à calculer toute espèce de quarré, en élevant un quarré nouveau, sur la diagonale du premier. —

mais ici, se présente une difficulté inattendue, c'est d'avoir que l'esprit trouve des bornes, aux facultés qui lui tiennent d'instruments. — le quarré quelqu'il soit qu'on voudra doubler sera nécessairement à celui qu'on élevera sur sa diagonale dans le rapport d'un, à deux. — or comme rapport entre nombres à l'infini, toujours dans le rapport double, qu'ils retomberont nécessairement dans le rapport de un à deux. — mais ces deux nombres n'exprimant que des surfaces — l'expression des côtés de ces quarrés ne se trouvent que dans leurs racines. celle de l'unité se trouve en elle même, et rien ne la modifie. mais celle du nombre 2. ne saurait être trouvée en un nombre parfaitement exact. ainsi le rapport du côté du quarré à la diagonale, n'aura jamais d'expression numérique absolument exacte, et cette diagonale demeure toujours incommensurable, c'est à dire sans aucune mesure commune avec son côté. —

Rien de plus multiplié que les combinaisons des rapports je ne puis pas dire elles ont un terme. — les surfaces des triangles qui sont entre elles, comme les quarrés de leurs côtés homologues sont aussi entre elles, comme leurs bases, quand les triangles sont de même hauteur; les quarrés de leurs côtés homologues ou de leurs hypothenuses, sont donc aussi ~~proportionels~~, à leurs bases, quand les hauteurs sont égales. — mais dans le rectangle du rectangle sur la base duquel nous avions abaissé une perpendiculaire afin de former trois triangles semblables, nous avons retrouvé le quarré de l'hypothenuse du triangle principal, dans le même rapport successif avec les quarrés des deux autres hypothenuses que les hypothenuses elles même, avec les deux segmens déterminés, les perpendiculaires abaissées du sommet de l'angle droit, car les deux segmens sont les bases des deux autres triangles.

Les quarrés des cordes menées de l'extrémité d'un diamètre, sont par une conséquence de cette application, dans un rapport incontestable avec les parties du diamètre comprises entre le point d'où partent les cordes, et celui où tombent les perpendiculaires abaissées de leurs extrémités. — l'esprit semble s'illuminer des lumières qu'il produit lui même, et à chaque découverte vérité qu'il découvre [illegible] — [illegible] spectacles. — [illegible] ont offert le plus [illegible]

La théorie des plans, ou des rapports des surfaces planes combinés selon leurs inclinaisons, ou leurs rencontres respectives, est entièrement fondée sur celle des lignes, et des angles. —

3

Cah. 7. bre 1812.

La théorie des corps solides se fonde, sur celle des surfaces ; que nous venons d'établir, comme celle des surfaces s'étoit fondée sur la théorie des angles, et des lignes. —

La surface d'un prisme, celle d'un cylindre droit se trouveront toujours, non compris la surface de leurs bases, en multipliant la circonférence de ces bases, ou la somme de leurs côtés, par la hauteur du cylindre, ou du prisme. — car le prisme offre en surface celles prises ensemble d'un certain nombre de parallélogrammes, qu'on obtiendroit en multipliant, pour chacun la base du parallél. par sa hauteur, et le cylindre est un prisme d'une infinité de côtés. —

Il sera bien aisé de conclure que la surface d'une pyramide ou d'un cône droit, non compris celles de leurs bases, se trouve en multipliant la circonférence de la base, par la moitié de la hauteur perpendiculaire [illegible] car la pyramide, et le cône se doivent rapporter au triangle.

La surface d'une sphère, est égale au produit de la circonférence d'un de ses grands cercles, multipliée par le diamètre, ~~[illegible]~~ bien considérer la sphère, comme composée d'un g.d nombre de [illegible] dont les sommets se rapporteront à son centre. —

Il faut pour bien se rendre compte, de cette importante proposition, reprendre avec quelque attention, les principes d'après lesquels, on peut mesurer les surfaces. — toutes les surfaces nous l'avons démontré, se rapportent à celle du triangle. un trapèze donc, ou figure quelconque à quatre côtés inégaux mais dont deux sont parallèles, se doit partager en deux triangles

quand on cherchera la surface, et l'on multipliera en chacun
la hauteur perpend. commune, par la moitié de leurs bases. en faisant
de ces surf. tous à la fois, la surface du trapèze entier, la demi
somme de ses côtés parallèles, par sa hauteur perpend. —
La surface du cône tronqué, résulte de ~~[illegible]~~ celles des trapèzes
dont le cône tronqué peut se considérer comme une somme
de trapèzes, dont la somme de ces trapèzes, la hauteur perpend.
se confond avec l'arête même du cône, et l'on obtiendra la
surface du cône tronqué, dans celle de ces bases, en multipliant
la demi somme de ses circonférences parallèles, par l'arête ou la ligne
qui est comprise entre elles par
~~[illegible]~~ le côté du cône, ou l'intervalle que les sépare. — [illegible]

Maintenant nous considérerons la sphère, comme produite
par la révolution d'une demi circonférence, qui tourne autour
de son diamètre. — Mais cette demi circonférence, peut se
considérer comme divisée par une suite de lignes parallèles,
portions de la courbe, et son diamètre. — Les intervalles de ces
parallèles [illegible] comme autant de trapèzes [illegible]
tronqués, [illegible] la demi circonférence [illegible] qui donneront
donné une sphère. — or il est évident que la somme des surfaces
de tous ces cônes tronqués sera celle de la sphère entière. car il
ne s'agit plus que d'en trouver l'expression. —

Nous avons déjà observé que l'usage des proportions [illegible] la sphère
et la comparaison des termes [illegible] avec le principe constant
des vérités mathématiques. — supposons nous donc cette demi
circonférence divisée en parties infiniment petites, et ces parallèles qui [illegible]
[illegible] des trapèzes qui décriront des cônes tronqués, dans leur
révolution. — abaissons une perpendiculaire de l'intersection du cercle et
de chacune de ces lignes sur la parallèle inférieure, nous aurons un triangle
formé par cette perpendiculaire, par la portion du cercle comprise
entre les parallèles, et que nous confondons avec la corde, et par la
portion de la parallèle inférieure, comprise entre la perpendiculaire
et la circonférence. —

Si maintenant nous ~~[illegible]~~ [illegible] de ces parallèles, par
[illegible] intermédiaire, et qui [illegible] point d'intersection de cette
ligne, et de la circonférence, nous faisions aboutir un rayon, nous
aurons un triangle perpendiculaire au premier, et qui [illegible]
lui sera semblable. — nous pourrons mettre en rapport leurs
côtés homologues, or le second triangle sera formé, par le rayon
la parallèle intermédiaire, et la portion du diamètre comprise
entre le centre, et l'intersection de la parall. et du diamètre,

~~[illegible]~~
Nous dirons donc, en prenant le petit triangle, que la portion
de [illegible], ou plutôt la corde qui fait un de ses côtés, est à la perpend.
qui forme le 2e comme dans le g.d triangle, le rayon qui fait un
de ses côtés, est à la ligne parallèle intermed. qui fait le second. —

Maintenant nous changerons les termes, et comme les rayons
dans tous les cercles, sont proportionnels aux circonférences, nous
substituerons, les circonférences décrites, par le rayon, et par
cette ligne perpendiculaire au diamètre, [illegible]
la circonférence. —

Ce n'est pas tout. invoquant le principe constant que le
produit des extrêmes, est égal à celui des moyens, nous multiplions
la portion de [illegible] côté du petit triangle 1er terme de notre proportion
par la circonférence de la ligne parallèle qui coupe le diamètre, [illegible]
[illegible] des côtés du 2e triangle, et nous mettrons ce produit en égalité
avec celui de la perpend. second côté du petit triangle, qui fait [illegible]

(a) mais ici je m'arrête encore, et je trouve
que cette expression de la surface d'un
trapèze peut encore se modifier; en recourant
aux principes contenus dans la théorie des triangles
semblables, et dans la comparaison de leurs côtés
homologues. — en effet si après avoir partagé un
trapèze en deux triangles par une diagonale
l'on mène une parallèle intermédiaire aux
deux côtés parall. du trapèze; ~~qui passe par le point~~
où cette ligne coupera la diagonale, sera pour chaque
triangle, la moitié de la ligne du trapèze, qui forme
l'un de ses côtés; ce qui contiendra cette ligne intermédiaire
sera la moitié de tous deux, ou la demi somme
des côtés parallèles du trapèze, — et l'on aura la surface

Du trapèze, on multipliera cette moyenne proportionnelle, par la hauteur de ce trapèze.

terme de la proportion par la circonférence du rayon, substituée au rayon lui même, côté du g.d triangle; circonférence qui formera maintenant le 2e moyen, ou le troisième terme de la proportion. —

Mais puisque quelconque la circonférence produite, par cette parallèle intermédiaire, si non la somme des deux circonférences entre lesquelles elle est moyenne proportionnelle, ce que nous avons constamment [illegible] des trapèzes semblables, que tout rayon parallèle à la base d'un trapèze [illegible] par cette proportion [illegible] et la somme des [illegible] portion donc au trapèze, ou cette circonférence multipliée par la portion de côté comprise entre les parallèles, représente donc constamment la surface du cône tronqué produit par la révolution, car cette portion du rayon de la surface du cône [illegible] ~~[illegible]~~ portion du diamètre comprise entre les parallèles. — Mais cette surface, étant égale à celle de la circonférence du rayon, ou par conséquent d'un g.d cercle, par la portion du diamètre, comprise entre les parallèles, donc la surface de tous ces cônes tronqués, et par conséquent de la surface d'une sphère, peut toujours être exprimée par la circonférence d'un grand cercle multipliée par le diamètre entier. —

Je me suis long temps étendue sur une proposition qui m'a paru d'une importance majeure — beaucoup de vérités en découlent; d'abord il en résulte que le cylindre est égal en surface à la sphère qui lui est inscrite, car la surface du cylindre se trouve en multipliant la circonférence par la hauteur, et sa hauteur, étant égale, est le diamètre de la sphère, la circonférence est encore la quantité ou l'un des g.ds cercles de cette sphère comparative. Cette belle proposition fut long temps d'Archimède, une sphère inscrite à un cylindre fut [illegible] d'un grand homme. —

Si la surface d'un segment sphérique la surface d'une sphère est égale, à celle d'un de ses g.ds cercles, prise quatre fois, car l'une est le résultat de la circonférence par le diamètre, l'autre de la circonférence par la moitié du rayon. —

Toutes les règles des surfaces planes, s'appliquent à celles des corps solides — les surfaces des prismes, ou des cylindres droits [illegible] sont comme leurs bases, sont entre elles, comme les circonférences de leurs bases, et réciproquement — les surfaces des solides semblables sont entre elles, comme les quarrés de leurs lignes ou côtés homologues, et par conséquent les surfaces des sphères sont entre elles comme les quarrés de leurs rayons, ou de leurs diamètres. —

Mais ce n'est pas uniquement sous le rapport des surfaces, que les corps solides se considèrent — on connoît la solidité d'un corps en déterminant combien de fois une mesure cubique quelconque peut être comprise dans son étendue — il sera donc aisé de concevoir que la solidité d'un prisme est égale, à la surface de sa base, multipliée par la hauteur du prisme — le cylindre, aussi considéré comme un prisme d'une infinité de côtés, a nécessairement la même mesure solide —

Nous avons constamment, en traitant des surfaces, comparé le triangle, le prisme, au parallélogramme, et la pyramide, au triangle; nous ne pouvons plus, mais en traitant de la solidité, nous y conduire, multiplier la surface de la base de la pyramide par la moitié de la hauteur, comme l'analogie semblerait nous y conduire; nous serons forcés de nous réduire au tiers seulement de cette hauteur. Car une pyramide, est le tiers seulement d'un prisme de même base, et de même hauteur — un prisme triangulaire quelconque se divise toujours, en trois pyramides égales, en solidité et en hauteur; et tout prisme peut se diviser, en prismes triangulaires.

et comme le cylindre n'est autre chose qu'un prisme d'un nombre infini de côtés, la solidité du cône ~~se trouve~~ comme celle de la pyramide. —

Il pourroit arriver que le cône ou la pyramide fussent tronqués; il faudroit alors, déduire de la solidité totale, celle du petit cône, ou de la petite pyramide enlevée. — Or pour connoître, afin de calculer la hauteur de la pyramide ou du cône entiers, il suffira par la loi des triangles semblables, de mettre en rapport les deux circonférences du tronc, avec la hauteur du tronc, ou celle du cône, ou de la pyramide, qui se détermine par le calcul, comme tout 4e terme d'une proportion. —

Une sphère étant la réunion d'un nombre infini de pyramides dont les sommets répondent à son centre, il suit que pour obtenir la solidité d'une sphère, on multipliera sa surface par le tiers de son rayon; — il arrivera aussi ~~donc~~, que la sphère, dont la surface est égale à celle du cylindre circonscrit, n'aura en solidité que les deux tiers de celle du cylindre. — Car, en changeant les termes de l'opération, qui doit conduire au résultat [illegible] de la solidité de la sphère, nous pouvons, si nous le désirons, multiplier le tiers du rayon par quatre fois la surface d'un de ses grands cercles; ou quatre fois le tiers du rayon, par la surface d'un de ses gds cercles, ou les deux tiers du diamètre, par la surface d'un de ses gds cercles. — Or la solidité du cylindre se trouve, en multipliant la surface de sa base, par toute sa hauteur. quand le cylindre est circonscrit, sa hauteur est le diamètre même de la sphère, et la surface d'un gd cercle de la sphère, est celle de la base du cylindre. —

Deux solides quelconques, de même hauteur, sont entre eux, comme leurs bases et réciproquement. —

Les solidités des corps semblables, sont entre elles comme les cubes de leurs lignes homologues. — On le comprend en faisant, pour exemple, deux pyramides semblables. — On a vu, en effet, que deux pyramides semblables sont entre elles comme les produits des surfaces de leurs bases par leurs hauteurs. — Mais les bases qui sont des surfaces semblables, sont entre elles comme les quarrés des hauteurs, multipliés par les hauteurs elles-mêmes. — Car on peut substituer en des figures semblables, le rapport des quarrés des hauteurs, à celui des surfaces des bases multipliés par elles-mêmes. — Mais les quarrés des hauteurs multipliés sont les cubes de ces hauteurs. Il suit de ce principe général, que les solidités des sphères, sont nécessairement entre elles, comme ceux de leurs diamètres, ou comme les cubes de leurs rayons.

4 le 24. 7.bre 1812.

nous avons eu l'occasion de nous convaincre, que la théorie
géométrique toute entière, repose sur le triangle, et sur
diverses propriétés, dont il ne s'agissoit ensuite, que de varier
les applications. —

Les géomètres, ont compliqué, ont multiplié les propriétés
du triangle, en découvrant certaines lignes, qui pouvant se
trouver proportionnelles, aux côtés du triangle, pouvant enfin
être substituées, en différents calculs, aux angles, qui les déterminent
plus spécialement, qu'eux. — ces lignes sont les sinus, les tangentes,
les sécantes, les cosinus, les cotangentes, les cosécantes &c.
[illegible] le sinus d'un angle ou de l'arc [illegible] de l'extrémité d'un
le sinus est la perpendiculaire abaissée de l'extrémité de ce même
arc, sur le rayon qui passe, par l'autre extrémité de
la partie du rayon comprise, entre le sinus, et l'extrémité de
l'arc, est le cosinus, ou sinus verse de cet angle.
la tangente d'un angle ordinaire est la portion de la perpendiculaire,
élevée à l'extrémité du rayon inférieur de cet angle, déterminée
par l'autre rayon, ou côté prolongé du même angle. —
le rayon prolongé, jusqu'au point de sa rencontre avec la
tangente, est la sécante de l'angle, ou de l'arc. —
maintenant, ajoutons, au complément de l'angle, ou de l'arc,
que nous venons de munir de sinus, de tangentes, de sécantes,
les sinus droit, sinus verse, tangente, et sécante de l'angle
ou arc complémentaire, donne les cosinus droit, cosinus verse,
co-tangente, et cosécante de l'angle, ou de l'arc [illegible]
la seule définition de ces lignes différentes, nous permet
de déduire, sans plus de démonstration, une première suite
de rapports. —

ainsi le Cosinus d'un arc quelconque est égal a la portion
du rayon (du) [interligne : intégral] l'angle, comprise entre le sinus et le centre des
rayons. — en effet, le Cosinus, et cette portion de rayon, sont
deux paralleles comprises entre deux paralleles, le sinus droit
et le diamètre, qui sont du second côté a l'angle Complementaire.
le sinus verse, est égal, a la différence qui se trouve
entre le rayon, et le cosinus, — car le Cosinus est égal, a
la partie du rayon comprise entre le Centre, et le sinus,
et le reste du rayon, est en effet le sinus verse —
le sinus d'un arc quel~~conque~~, est la moitié de la corde
d'un arc double. — car la corde de cet arc double, est formée
par la réunion des sinus des deux angles simples. —
le sinus d'un angle de 30. deg. vaut la moitié du rayon,
car c'est la moitié de la corde d'un angle de 60. deg. or la
corde d'un angle de 60. deg. est un Côté d'hexagone, et que
le Côté de l'hexagone, est égal au rayon. —
la tangente d'un angle de 45. deg. est égale au rayon — en
effet il faut rappeler le triangle, formé par le rayon, le rayon
prolongé, et la tangente qui les réunit, l'angle formé par la tangente
et le rayon auquel elle est perpendiculaire, est nécessairement droit
ou de 90. deg. nous venons de dire, que celui du centre est de
45. deg. — le 3.e angle doit avoir également 45. deg. or les
Côtés opposés aux angles égaux, sont égaux. mais l'un de ces Côtés
est le rayon, et l'autre est la tangente. —
le sinus d'un angle de 90. deg. est égal au rayon, car il
se confond avec lui. — on le nomme aussi sinus total. —
un angle de 90. deg. ne peut avoir de Cosinus, et le Cosinus
doit toujours diminuer, en raison de ce que l'angle approche d'être
de 90. deg. et que par cette raison, son sinus s'aggrandit. —
la tangente augmente avec l'angle, et la Cotangente diminue
de sorte que la tangente d'un angle de 90. deg. est infinie, et
il n'y a plus de Cotangente. — qu'on prolonge le rayon, que la tangente
se trouve concevoir, Comme l'infini l'a créée tout au long,
c'est la tangente d'un angle de 90. deg. elle a jamais parallèle
au rayon, et la moindre inclinaison du rayon, la
permettrait de rencontrer le rayon, a une distance quelconque
le sinus, et le Cosinus, [interligne : la tangente et la cotangente] d'un angle obtus, ou plus étendu que
90. deg. ne se considèrent que comme ceux de son supplément
~~Cotangente~~

toute fonction se compose des quantités constantes, et d'autres quantités de la question soumise à certaines variations.—

la base de l'exponentiel, peut être fixe ou constante, et l'exposant indéterminé.

la base de l'exponent. peut être déterminée, ou constante, et l'exposant variable ou indéterminé

c'est la quantité indéterminée par laquelle on opère.

la différentielle, est ce que devient la différence quand la variable est infin.t petite.—