Géométrie raisonnée - 1

Auteur : Chastenay, Victorine de

Les folios

En passant la souris sur une vignette, le titre de l'image apparaît.

12 Fichier(s)

Les mots clés

Mathématiques

Présentation

Date1812-08-19
Date (calendrier grégorien)19 aout 1812

Information générales

LangueFrançais
SourceFRADCO_ESUP378_25
Collation12 p.

Description & Analyse

Contributeur(s)Lémonon Waxin, Isabelle (responsable scientifique)
Notice créée par Isabelle Lemonon Notice créée le 03/06/2025 Dernière modification le 03/06/2025

1 Le 19. avril 1812.
35

la geometrie est la science de l'étendue. elle considere les longueurs, les largeurs, les profondeurs, des lignes, des plans et des solides, elle en ~~[illegible]~~ demontre les rapports. - elle toujours vraie, toujours positive, le raisonnement en etablit les resultats, ~~[illegible]~~ par un enchainement de propositions successivement demontrées. - l'experience les verifie, la pensée les concoit, et donne par avance, ceux qu'aucunes figures n'a encore presentées. -

j'ai toujours cru, que l'on pourroit traiter de la geometrie dans un ordre philosophique, et que les verités mathematiques, seroient toutes susceptibles de s'offrir à l'esprit, par une suite de propositions abstraites, et d'une justesse rigoureuse. -

les lignes sont droites, ou courbes. - ~~[illegible]~~ la ligne droite entre deux points donnés, est nécessairement la plus courte.

l'angle rectiligne, est formé par la reunion de deux lignes droites qui se croisent en un point. - ce point considéré comme le centre d'un cercle, dont les cotés des angles seront les rayons, nous comprendrons facilement que la mesure d'un angle est independante de la grandeur de ses cotés, puisque l'arc du cercle compris entre le prolongement de ses cotés, aura toujours le même nombre de degrés. -

ces mêmes cotés, ~~[illegible]~~ [illegible] supplément d'un angle

l'ordre de convention l'appelle [illegible]

~~[illegible]~~

en suivant toujours cette idée, que le point, où une ligne droite en coupe une autre, doit être considéré comme le centre d'un cercle, il sera facile d'en déduire, que l'une de ses deux lignes partagera le cercle en deux parties egales, et en [illegible]

le diamètre. – ~~ainsi~~ consequemment tous les angles formés d'un même point, sur
cette ligne, auront ensemble pour mesure, une demi –
circonférence, ou bien 180. degrés. — ~~ils~~ Si toutes les fois
que deux angles, auront le même supplément, ou le même
complément, ils seront égaux entre eux. —
Cette vérité bien reconnue, nous aidera à concevoir sans
figure comment deux angles opposés au sommet sont nécessairement
égaux. – deux angles ne peuvent être opposés au sommet que
par le croisement de deux lignes; chacune de ces lignes étant
droite, et passant au même point, peut tour à tour être considérée
comme le diamètre d'un même cercle, dont le point
d'intersection des deux lignes est le centre; les deux angles formés
sur chacune de ces lignes, auront ensemble pour mesure les
180. deg. de la demie circonférence; et les deux angles opposés,
auront tour à tour pour supplément le même angle, c'est à dire
celui qui se trouvera formé par l'inclinaison réciproque des
deux diamètres. — donc ils seront égaux entre eux. —
je sais que la moindre figure seroit utile à saisir cette
vérité, mais il suffit en tout que je me propose, que
l'intelligence l'ait saisie. — et voilà la mesure, et les premiers
rapports des angles, invariablement fixés. —
considérons maintenant deux lignes droites, à des distances
toujours égales, nous les nommerons parallèles. — la sécante
qui les coupera plus ou moins obliquement, formera sur
chacune, toujours du même côté des angles continuement
égaux. — car les parallèles ~~ont~~ ayant toujours une direction semblable,
à la sécante, ~~formeront avec~~ s'inclinent également sur chacune, ~~avec angles d'une égale~~
~~mesure~~. — il est également vrai, que les quatre angles formés, sur chaque :

parallelles auront tour à tour pour supplément, l'angle adjacent formé sur la même ligne, soit à droite, soit à gauche, car nous avons avant tout établi, que tous les angles formés d'un même point sur une ligne, vaudraient toujours parallellement, 180 degrés, ou la demi circonférence. –
par une suite conséquemment de ces vérités, que nous venons d'établir, deux angles dont les côtés seront parallelles les uns aux autres, seront encore égaux entre eux, car en prolongeant alternativement les côtés de l'angle qui serait compris dans l'autre, de manière à ce qu'ils rencontrent les deux côtés de l'angle extérieur, les lignes qui les composent, deviennent sécantes tour à tour, laisseront aux angles qu'elles forment, les propriétés inhérentes de ceux qui sont compris entre deux parallelles. –
la tangente est une ligne considérée dans ses rapports avec la circonférence d'un cercle, qu'elle ne touche qu'en un point. – si elle pouvait la toucher en deux points, elle entrerait nécessairement dans le cercle, puisque l'espace pour couvrir un espace, et un contour, entre les deux points les plus voisins d'une circonférence. – il s'ensuit que la tangente, est toujours perpendiculaire à l'extrémité du rayon qu'elle touche, car elle ne peut toucher la circonférence en un point qu'à angle droit, la ligne droite, ou le rayon, qui se prolonge du centre. –
nous avons reconnu, que lorsqu'un angle, dont nous considérons le sommet comme le centre d'un cercle, avait pour sa mesure, l'arc compris entre les côtés, nous pouvons maintenant considérer les angles sous un rapport nouveau, en plaçant, leur sommet à la circonférence d'un cercle; leurs deux côtés dans le cas seraient des cordes, à la circonférence, ou bien l'un des deux sera tangente

a l'autre sera coté. —

les angles dits opposés, au ~~[illegible]~~ concave de la toile, ~~nous~~ acquerront aussi de nouvelles propriétés; — ils n'auront plus pour leur mesure que la moitié de l'arc compris entre leurs côtés. — en effet nous avons constaté dans la théorie des parallèles et des sécantes que deux angles dont les côtés sont parallèles étaient égaux; — ~~nous~~ l'angle inscrit à la circonférence d'un cercle, sera donc égal, à celui dont le sommet serait au centre, et dont les côtés seraient parallèles aux siens, ils auront donc une égale mesure. — hors or, l'arc ~~[illegible]~~ sur lequel s'appuie l'angle central, et qui fait la mesure, est justement moitié de celui, qui ferait partie d'une circonférence double. — c'est à dire d'une circonférence qui prendrait pour rayon le diamètre de la première, et ~~[illegible]~~ aurait déterminé pour centre le point de la circonférence où, ~~nous~~ ~~[illegible]~~ la tête de l'angle objet de notre étude, a voir d'abord été placé. — mais si cette ~~comparaison~~ proportion ne paraîtrait pas établie d'une façon assez rigoureuse, nous d'abord pouvons encore l'enchaîner à un ordre de vérités successivement reconnues. — les angles dont les côtés sont parallèles sont égaux. donc l'angle ~~central~~ inscrit, aura une mesure égale, à celle de l'angle central dont les côtés sont parallèles aux siens. — maintenant pour démontrer que ~~l'angle~~ l'arc sur lequel s'appuie l'angle central, est moitié de celui sur lequel s'appuie l'angle inscrit dont les côtés lui sont parallèles. — je rappellerai deux vérités l'une que les angles opposés au sommet sont égaux, l'autre, que les arcs compris entre parallèles sont aussi nécessairement égaux, puis qu'au moyen de la sécante, ils mesurent des angles qui le sont. prolongeant jusqu'à ce qu'ils rencontrent les côtés de notre angle central, et nous verrons que l'angle central est égal, à son opposé, formé des deux arcs compris entre les parallèles qui

tous les côtés des deux angles, et que par conséquent l'arc qui
doit mesurer l'angle interne, est la moitié de celui qui se trouve
compris entre les deux côtés. —

1 Cette règle doit s'appliquer à l'angle composé d'une tangente
et d'une corde, ~~car nous~~ supposons un angle au centre dont
~~les côtés seront parallèles aux siens, — et ils auront la même ouverture l'angle~~
~~mesure. — or pour concevoir que l'arc qui mesure l'angle formé par~~
~~central, est la moitié de celui qui appuye l'angle de ses côtés, il convient~~
~~la tangente, et la corde, parallèles à ses côtés de l'angle central~~
~~encore de prolonger en sens inverse les côtés des deux angles; or on~~
~~peut se concevoir que son angle opposé lui sera égal, et l'arc compris entre le rayon,~~
~~angle opposé, a pour sa mesure, et l'arc compris, au des côtés de leur~~
~~et la corde parallèles, une tangente, qui forment chacun, un des côtés de leur, se prolonge en sens inverse,~~
~~angle; or l'arc compris, entre le rayon prolongé qui forme un de ses~~
~~et celui qui est parallèle à la tangente, est respectivement le rayon~~
~~opposé, le second côté de leur angle parallèles, et de la corde~~
~~deviennent sécantes entre les parallèles.~~ bien simple. — la tangente, étant
et la démonstration m'en paraîtra [illegible] et par conséquent au
vient de dire, est perpendiculaire au rayon, au point où la tangente atteint
diamètre. — si nous abaissons deux au diamètre, du point de —
le cercle, l'angle formé par ces deux lignes, sera un angle droit compris entre
90. degrés, moitié précisément de la demi circonférence, compris la tangente.
l'extrémité inférieure du diamètre, et celle qui nous occupe, [illegible]
mis l'angle de la corde, et de la tangente que nous supposons formé par (entre) le diamètre
complètement mesuré par celui que nous [illegible] se trouve maintenant
et la tangente, il reste la valeur de celui, qui se réunissent au point de la tangente
compris entre le diamètre, et la corde, que se [illegible], la moitié de l'arc
mis l'angle inscrit à la circonférence, a pour sa mesure [illegible] que l'angle formé par
sur lequel il s'appuye, ceci nous démontre évidemment — une tangente, et une corde [illegible]
[illegible] moitié de l'arc [illegible]

la théorie des angles ne se borne pas aux considérations qui viennent de nous occuper. on peut relativement au cercle, les considérer encore sous deux rapports. l'un suppose que leur sommet est placé dans un point quelconque d'un cercle, et non au centre, ou à la circonférence. l'autre suppose leur sommet placé hors de la circonférence, sur laquelle retombent leurs côtés

Comment parviendrons-nous [illegible] la mesure de ces angles, et quel enchaînement de vérités nous conduira à la découvrir? - la théorie des parallèles, vient de suite à notre secours. - l'angle dont le sommet se trouve dans un point du cercle, est selon le principe des angles compris entre parallèles, égal à celui dont le sommet serait intérieur à la circonférence, et dont les côtés seraient formés d'une corde parallèle à l'un des côtés de l'angle, et du prolongement intérieur du second côté de ce même angle, qui servirait de sécante aux parallèles. - la mesure de l'angle intérieur sera la moitié de l'arc sur lequel s'appuyent ses côtés, la mesure de l'angle du cercle devant être la même, il nous faudra la composer, et de la moitié de l'arc sur lequel il s'appuye, et de la moitié de l'arc compris entre les côtés parallèles, qui complette la mesure de l'angle intérieur, [illegible] qui revient au même de la moitié de l'arc compris entre les côtés prolongés de l'angle du cercle, puisque les arcs compris entre parallèles sont égaux. et ici nous n'invoquerons point le principe de l'égalité des angles opposés par le sommet, pour faire l'angle compris entre les côtés prolongés [illegible] de l'angle du cercle, égal à lui - ce point pris dans le cercle pour tête de l'angle ne peut jamais être considéré comme le centre, et la circonférence qui sert ici de mesure à notre angle isolé, est indépendante de lui. -

nous comprendrons bien aisément, et toujours par cette règle
si belle des parallèles, et des sécantes, que l'angle placé hors de
la circonférence – pour mesure la moitié de l'arc concave, moins
la moitié de l'arc convexe compris entre ses côtés. – cet angle
mesure t'il pas égal, à un angle intérieur dont un des côtés serait
~~[illegible]~~ un de ceux de l'angle extérieur, et dont le 2e côté serait
parallèle au 2e côté de l'angle extérieur. – le côté commun
servirait de sécante à ces deux lignes parallèles. – mais puisque
ce que la moitié de l'arc, qui soutient l'angle intérieur, mesure l'angle extérieur
la moitié de l'arc concave sur lequel s'appuye ... parallèles ... côtés des deux angles
moins la moitié de l'arc compris entre les côtés ... égal à la même arc, puisque
~~[illegible]~~ ou la moitié de l'arc convexe, égal à la ... deux lignes parallèles
tout deux se trouvent compris, entre les deux lignes ... un espace quelconque
Il faut au moins trois lignes droites, pour enfermer ... aussi le cercle donc
et le triangle ~~est la plus simple des~~ figures, de la plus simple des figures
nous traiterons ailleurs, quelles que ... quelles concaves. –
Toute la théorie des triangles est fondée sur celle des
angles. –
La somme des trois angles d'un triangle sera toujours égale,
à 180 deg. car il faut leur supposer pour mesure, les arcs d'une ~~[illegible]~~ ... le triangle de la
même circonférence, ~~[illegible]~~ elle ... on suppose successivement ... pour ~~la~~ mesure la moitié
intérieure, et chacun des angles intérieurs ~~[illegible]~~ pour ~~la~~ mesure ~~[illegible]~~ ... de
l'arc sur lequel il s'appuye. ~~[illegible]~~ ... la théorie des ~~angles~~ triangles ... des vérités
une suite d'axiomes dérivent pour la théorie ... nous noterons celles ci,
que nous avons reconnus. entre autres nous noterons ... car ils ~~[illegible]~~ toujours ...
les côtés opposés à des angles égaux, sont égaux, car ils
à des arcs égaux, et réciproquement. –

deux triangles seront egaux, quand ils auront un angle
egal, compris entre deux cotés egaux — les trois angles desdits
respectivt. egaux, par le rapport egal des cotés, la consequence
est rigoureuse. — reciproquement, deux triangles seront egaux, quand
ils auront un coté egal, adjacent a deux angles egaux. —

la theorie si simple des triangles, fonde celle des Polygones,
car au moyen de diagonales, menées d'un angle a un autre,
on les reduit tous, en triangles. — or comme tout Polygone peut
etre divisé selon ses angles, en autant de triangles, qu'il a de
cotés moins deux, la somme de tous ses angles sera egale a 180. deg.
pris autant de fois, qu'il a de cotés moins deux —

rien de plus simple d'aprés ce principe, que de supputer la mesure
de chaque angle d'un Polygone regulier. — il ne s'agit que de
prendre 180. deg. autant de fois, que le Polygone, a de cotés moins
deux, puis de diviser cette somme par le nombre de cotés du
Polygone, car il a autant d'angles necessairement que de cotés.

pour avoir la mesure de l'angle central d'un polygone regulier,
il suffit de diviser les 360. deg. de la circonference, par le nombre
des cotés du Polygone, car des cordes egales, soutendent des arcs egaux —
de ce principe fondamental, il resulte que le coté de l'hexagone,
est egal au rayon du cercle circonscrit. — car d'aprés cette mesure,
qui determine la division du cercle, l'angle central de l'hexagone, est
de 60. degrés — mais ce angle est formé par deux rayons du cercle,
les deux angles
abaissés aux deux extremités du coté de l'hexagone, seront donc egaux entre
eux. puisque les deux rayons qui leur sont opposés, ne peuvent
etre inegaux. ils auront donc chacun 60. deg. moitié
du triangle qu'ils forment avec le coté
par manque de lettre. ils auront des 60. de l'angle central. mais
des 120. qui restent apres la soustraction des 60. ... le coté de l'hexag.
voilà 3. angles egaux, les trois cotés le sont donc aussi, ... la circonference circonscrite. —
... egal ... la circonference ...
... mesure ... autre ... ...

~~chachaq~~ la théorie des lignes sera complette, si nous cherchons, d'après quelles bases, elles peuvent devenir proportionelles et former des figures semblables ? — mais ces bases existent, dans le petit nombre de vérités que nous avons trouvées si facilement. expliquons nous. —

1 Si nous concevons un angle quelconque, et si nous divisons en parties égales, un côté de cet angle — si d'un de ces points de division, nous menons une ligne quelconque sur l'autre côté de l'angle, et si parallèlement à cette ligne, nous en menons autant d'autres, de chacun des points de division, nous aurons aussi divisé le second côté de l'angle, en parties égales entre elles. — notre règle des parallèles en effet ~~[illegible]~~ nous suggère [illegible] a démontré par avance, que des petites lignes menées parallèles, ~~[illegible]~~ en partant du côté divisé, en partant de chacun des points de division nous établis [illegible] sur le 2.e côté, ~~[illegible]~~ seraient égales entre elles [illegible] ; mais la théorie des triangles nous a démontré précisément que les triangles sont égaux, quand ils ont un côté égal, et les angles adjacents. — Or donc les divisions du 2.e côté de l'angle sont égales, chacun des côtés de ces triangles sont égaux, donc elles sont susceptibles d'être mises en rapport entre elles, et par conséquent susceptibles d'être mises en rapport entre elles, du premier côté, avec les divisions aussi égales entre elles, du second côté de l'angle. — nous pouvons donc établir sans erreur des rigoureuses proportions entre toutes les parties semblables des côtés de ces triangles formés par nos lignes parallèles et par les côtés du grand angle, que nous avions d'abord supposé indéfini.

l'application de ces principes qui permet de mettre en rapport les lignes semblables, peut s'appliquer de modifier de mille manières ainsi dans un triangle une ligne menée d'un des côtés parallèlement à la base, coupera l'autre côté, en parties proportionelles à celles de la base côté. — Si l'on divise un angle d'un triangle en deux parties égales, par une ligne, qui tombe sur le côté opposé. Les deux parties de ce côté seront proportionnelles, aux deux autres côtés correspondants du triangle.

Cette proposition sera bientôt éclaircie, en supposant l'existence d'une ligne extérieure parallèle à celle qui divise l'angle, et s'élevant de l'extrémité du côté opposé à cet angle. — on prolonge le côté du triangle qui se termine au sommet de l'angle divisé jusqu'à ce qu'il atteigne cette ligne parallèle. — cette opération donne ou les parties ~~qui donnerait deux~~ [illegible] triangles, dont les côtés ainsi que nous deux [illegible], pourraient être mis en rapport; mais les angles des parallèles, qui détermine l'égalité des angles alternes internes; le principe qui veut que les côtés opposés à des angles égaux soient égaux permet de suppléer le 2d côté du triangle ~~[illegible]~~ prolongement de la ligne ~~[illegible]~~ au côté ~~[illegible]~~, qui lui est ~~égal~~ parallèle; et la proportion se trouve déterminée, avec une exactitude [illegible]

Deux triangles qui ont les trois angles égaux, sont semblables, et leurs côtés sont proportionnels. —

La perpendiculaire abaissée du sommet de l'angle droit d'un triangle rectangle, sur l'hypothénuse, est moyenne proportionnelle entre les deux segments de l'hypothénuse. — bien plus chacun des côtés de l'angle droit deviendra moyen proportionnel, entre l'hypothénuse, et le segment correspondant. C'est qu'en effet, le triangle principal, et les deux triangles formés par l'abaissement de la perpendiculaire, seront semblables tous les trois entre eux et en les mettant en rapport, leurs côtés homologues, sont établis les trois proportions que nous venons d'annoncer. —

On concevra comment une simple règle de trois, aussi bien qu'une opération graphique, pourra toujours donner le 4e terme, [illegible] ration établie. —

les operations trigonometriques les plus compliquées, [illegible]
uniquement sur le système de la théorie des triangles, et du
rapport de leurs angles, et de leurs côtés. — c'est en appliquant
un si petit nombre de vérités que l'homme a mesuré le ciel, aussi
bien que la terre. —

~~Maintenant si nous cherchons dans le cercle, des lignes semblables,~~
~~nous atteindrons a un problème dont la solution rigoureuse, a~~
~~jusqu'ici passé pour impossible.~~ — celui de la quadrature du cercle
tous les rapports de la circonférence aux lignes qui traversent
le cercle, rentrent nécessairement toujours dans la théorie des
triangles. — les côtés des polygones semblables, peuvent toujours
se mettre en rapport, et [infini] un principe constaté en arithmétique
la somme des côtés de chaque figure, comparés a celle des
côtés de la figure semblable, sont nécessairement entre elles
comme les côtés homologues. — il s'ensuit que la circonférence
d'un cercle étant considérée comme la somme des côtés d'un
polygone indéfini, les circonférences des cercles sont entre
elles comme leurs rayons, ou leurs diamètres. —
la théorie des triangles semblables nous sert encore a
démontrer que deux cordes qui se coupent dans un cercle
en quelque point que ce soit, donnent un rapport tel, que
les deux parties de l'une en forment les moyens, tandis que
les deux parties de l'autre en forment les extrêmes. — donc si une
des cordes passait par le centre du cercle, et en était une
perpendiculaire
de ces cordes, passait par le centre du cercle, et coupait perpendiculairement
[illegible] la corde qui viendrait a la couper, la proportion, dont
le diamètre, la corde qui [illegible] moyens de la proportion dont
auront les deux parties pour moyens, et [illegible] les extrêmes. — mais comme dans le cas dont
les deux segments du diamètre ... mais comme ... parties égales, la corde
sont partout, le diamètre partagé en deux parties égales, on pourra dire [illegible]
sur lesquelles il tombe perpendiculairement.

même exactitude que la perpendiculaire abaissée d'un point quelconque de la circonférence sur son diamètre, sera moyenne proportionnelle, entre les deux segments de ce diamètre. —
Les applications de la loi proportionnelle des triangles semblables peuvent se présenter sous différents aspects, mais le principe en sera toujours le même. —
nous avons donc considéré les angles, ~~les~~ quelques rapports linéaires ~~[illegible]~~, toute théorie rapportée ~~triangles~~ diverses natures. les triangles, dont la théorie repose uniquement sur celle des angles, ~~les Polygones~~, dont ce Compte uniquement de la composition des Polygones, enfin les proportions qui naissent de la théorie. toute des triangles semblables — tout s'enchaîne, tout se tient. toute vérité dans ce système, dérive de celle qui la précède, et la suit ~~[illegible]~~ de nouvelles. — cet ordre intellectuel, indépendant de l'esprit, est éternel comme Dieu même, le type de toute vérité. — il existe en dehors, en haut de toute matière qu'il faut reconnaître les lois, par qui toute matière existe, et se modifie. —