Calculs sur des modules finis + Théorème général

Auteurs : Dedekind, Richard

En passant la souris sur une vignette, le titre de l'image apparaît.

2 Fichier(s)

Contributeur·ricesHaffner, Emmylou
ÉditeursEmmylou Haffner (Institut des textes et manuscrits modernes, CNRS-ENS) ; Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek, Göttingen ; projet EMAN (Thalim, CNRS-ENS-Sorbonne nouvelle).

Présentation

TitreCalculs sur des modules finis + Théorème général
Date1885 ca.
Sujet

- congruences
- divisibilité
- modules
- modules finis
- Modulgesetz
- notation2

CoteCod. Ms. Dedekind X 11-1, p. 31
Format1 f. ; 2 p.
LangueAllemand

Description & Analyse

DescriptionCoupé en deux, partie 1 : calculs sur modules finis
Partie 2 : théorème général lié au Modulgesetz
Mode(s) d'écriture

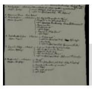
- Calculs phase 2
- Esquisse de rédaction ou preuve

Auteur·es de la descriptionHaffner, Emmylou

Relations

Collection Cod. Ms. Dedekind X 11-1

Ce document utilise la même notation que :

 Meilleure présentation pour 3 modules a, b, c

Collection Cod. Ms. Dedekind X 11-1

Calculs nombres de classes, normes de modules *a les mêmes calculs que ce document*
Calculs sur des modules finis 9 *a les mêmes calculs que ce document*
Calculs sur modules finis et idéaux *a les mêmes calculs que ce document*
Modules finis et généralisation *a les mêmes calculs que ce document*
Propriétés des opérations, modules et idéaux *a les mêmes calculs que ce document*
Propriétés des opérations, modules et idéaux *est une version préliminaire de ce document*

Afficher la visualisation des relations de la notice.

Mots-clefs

congruences, divisibilité, modules, modules finis, Modulgesetz, notation2
Notice créée par Emmylou Haffner Notice créée le 29/10/2018 Dernière modification le 21/07/2021

$\mathfrak{a} = [a, a_1 + \omega]$ | $\mathfrak{a}' = \mathfrak{b} + \mathfrak{c} = [a', a'_1 + \omega]$ wo $[\mathfrak{a}'] = [b, c, b_1 - c_1]$ und $a'_1 \equiv b_1 \equiv c_1 \pmod{a'}$

$\mathfrak{b} = [b, b_1 + \omega]$ | $\mathfrak{b}' = \mathfrak{c} + \mathfrak{a} = [b', b'_1 + \omega]$ $[\mathfrak{b}'] = [c, a, c_1 - a_1]$ $b'_1 \equiv c_1 \equiv a_1 \pmod{b'}$

$\mathfrak{c} = [c, c_1 + \omega]$ | $\mathfrak{c}' = \mathfrak{a} + \mathfrak{b} = [c', c'_1 + \omega]$ $[\mathfrak{c}'] = [a, b, a_1 - b_1]$ $c'_1 \equiv a_1 \equiv b_1 \pmod{c'}$

Es sei ferner $[\alpha a'] = [b, c]$, $[\beta b'] = [c, a]$; $[\gamma c'] = [a, b]$

$\mathfrak{a}_1 = \mathfrak{b} - \mathfrak{c} = \left[\frac{bc}{\alpha a'}, \mathfrak{A}_1 + \alpha\omega\right]$ wo $\frac{b}{\alpha a'}\mathfrak{A}_1 \equiv \frac{bc_1}{a'}$, $\frac{c}{\alpha a'}\mathfrak{A}_1 \equiv \frac{cb_1}{a'} \pmod{\frac{bc}{\alpha a'}}$

$\mathfrak{b}_1 = \mathfrak{c} - \mathfrak{a} = \left[\frac{ca}{\beta b'}, \mathfrak{B}_1 + \beta\omega\right]$ oder also $\mathfrak{A}_1 \equiv \alpha c_1 \pmod{c}$, $\mathfrak{A}_1 \equiv \alpha b_1 \pmod{b}$

$\mathfrak{c}_1 = \mathfrak{a} - \mathfrak{b} = \left[\frac{ab}{\gamma c'}, \mathfrak{C}_1 + \gamma\omega\right]$ $\mathfrak{B}_1 \equiv \beta a_1 \pmod{a}$, $\mathfrak{B}_1 \equiv \beta c_1 \pmod{c}$

oder auch $\mathfrak{C}_1 \equiv \gamma b_1 \pmod{b}$, $\mathfrak{C}_1 \equiv \gamma a_1 \pmod{a}$

$\mathfrak{a}_1 = \left[\frac{bc}{\alpha a'}, \alpha(p + \omega)\right]$ $p \equiv c_1 \left(\mathrm{mod.}\ \frac{c}{\alpha}\right)$, $p \equiv b_1 \left(\mathrm{mod.}\ \frac{b}{\alpha}\right)$

$\mathfrak{b}_1 = \left[\frac{ca}{\beta b'}, \beta(q + \omega)\right]$ $q \equiv a_1 \left(\mathrm{mod.}\ \frac{a}{\beta}\right)$, $q \equiv c_1 \left(\mathrm{mod.}\ \frac{c}{\beta}\right)$

$\mathfrak{c}_1 = \left[\frac{ab}{\gamma c'}, \gamma(r + \omega)\right]$ $r \equiv b_1 \left(\mathrm{mod.}\ \frac{b}{\gamma}\right)$, $r \equiv a_1 \left(\mathrm{mod.}\ \frac{a}{\gamma}\right)$

Allgemeine Sätze: (Bezeichnung $\mathfrak{a}' = \mathfrak{b} + \mathfrak{c}$, $\mathfrak{a}_1 = \mathfrak{b} - \mathfrak{c}$ u.s.w.)

I. $(\mathfrak{b} - \mathfrak{b}') + (\mathfrak{c} - \mathfrak{c}') = (\mathfrak{c} - \mathfrak{c}') + (\mathfrak{a} - \mathfrak{a}') = (\mathfrak{a} - \mathfrak{a}') + (\mathfrak{b} - \mathfrak{b}') = (\mathfrak{a} - \mathfrak{a}') + (\mathfrak{b} - \mathfrak{b}') + (\mathfrak{c} - \mathfrak{c}') = \mathfrak{a}' - \mathfrak{b}' - \mathfrak{c}'$

II. $(\mathfrak{b} + \mathfrak{b}_1) - (\mathfrak{c} + \mathfrak{c}_1) = (\mathfrak{c} + \mathfrak{c}_1) - (\mathfrak{a} + \mathfrak{a}_1) = (\mathfrak{a} + \mathfrak{a}_1) - (\mathfrak{b} + \mathfrak{b}_1) = (\mathfrak{a} + \mathfrak{a}_1) - (\mathfrak{b} + \mathfrak{b}_1) - (\mathfrak{c} + \mathfrak{c}_1) = \mathfrak{a}_1 + \mathfrak{b}_1 + \mathfrak{c}_1$

Beweise I. Da $\mathfrak{b}$ gem. Mult. von $\mathfrak{a}', \mathfrak{c}'$, so ist $\mathfrak{b} - \mathfrak{b}'$ g. M. von $\mathfrak{a}', \mathfrak{b}', \mathfrak{c}'$; dasselbe gilt von $\mathfrak{c} - \mathfrak{c}'$ (natürl. auch von $\mathfrak{a} - \mathfrak{a}'$), mithin ist $(\mathfrak{b} - \mathfrak{b}') + (\mathfrak{c} - \mathfrak{c}') > \mathfrak{a}' - \mathfrak{b}' - \mathfrak{c}'$. Umgekehrt: jede Zahl in $\mathfrak{a}' - \mathfrak{b}' - \mathfrak{c}'$ ist von der Form $t = q + r = r' + p' = p + q'$, wo p, p' in $\mathfrak{a}$, q, q' in $\mathfrak{b}$, r, r' in $\mathfrak{c}$ enthalten. Nun folgt aus

$q = (r - r') + p' \equiv 0 \ (\mathrm{mod.}\ \mathfrak{b} - \mathfrak{b}')$; $r' = p + (q' - q) \equiv 0 \ (\mathrm{mod.}\ \mathfrak{c} - \mathfrak{c}')$

folglich $t = q + r' \equiv 0 \ (\mathrm{mod.}\ (\mathfrak{b} - \mathfrak{b}') + (\mathfrak{c} - \mathfrak{c}'))$, also $\mathfrak{a}' - \mathfrak{b}' - \mathfrak{c}' > (\mathfrak{b} - \mathfrak{b}') + (\mathfrak{c} - \mathfrak{c}')$

mithin $\mathfrak{a}' - \mathfrak{b}' - \mathfrak{c}' = (\mathfrak{b} - \mathfrak{b}') + (\mathfrak{c} - \mathfrak{c}')$.

II. Da $\mathfrak{a}_1$ und $\mathfrak{c}_1$ Theil. von $\mathfrak{b}$, ~~ebenso~~ auch von $\mathfrak{b} + \mathfrak{b}_1$, so ist $\mathfrak{a}_1 + \mathfrak{b}_1 + \mathfrak{c}_1$ Theil. von $(\mathfrak{b} + \mathfrak{b}_1)$, also auch von $(\mathfrak{c} + \mathfrak{c}_1)$; also auch von $(\mathfrak{b} + \mathfrak{b}_1) - (\mathfrak{c} + \mathfrak{c}_1) < \mathfrak{a}_1 + \mathfrak{b}_1 + \mathfrak{c}_1$. Umgek.: jede in $(\mathfrak{b} + \mathfrak{b}_1) - (\mathfrak{c} + \mathfrak{c}_1)$ enth. Zahl t ist von d. Form $t = \beta + \beta_1 = \gamma + \gamma_1$, wo β, γ_1 in $\mathfrak{a}$, β_1, γ in $\mathfrak{b}$, β_1, γ in $\mathfrak{c}$ enth. Nun folgt, dass $\beta - \gamma_1 = \gamma - \beta_1 = \alpha_1$ in $\mathfrak{b}$ und $\mathfrak{c}$, also in $\mathfrak{a}_1$ enth., mithin $t = \alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1$, in $\mathfrak{a}_1 + \mathfrak{b}_1 + \mathfrak{c}_1$ enth. W. z. b. w.

Braunschweig, d 25 Apr. 1885

RECHNUNG

für Herrn Professor Dedekind hier

von

PAPPÉE & BÜSCHHOFF,

Inhaber: W. Krefft & O. Büschhoff

HERZOGL. HOF-WEINHÄNDLER.

Debet

über

	Ctn 6 Fl. Rauenthaler à 2 M		12	–
	" 6 " St. Julien à 1 M		6	–
		M	18	–
(à 12 Flaschen)				