Trois modules a, b, c (3)

Auteurs : Dedekind, Richard

En passant la souris sur une vignette, le titre de l'image apparaît.

2 Fichier(s)

Contributeur·ricesHaffner, Emmylou
ÉditeursEmmylou Haffner (Institut des textes et manuscrits modernes, CNRS-ENS) ; Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek, Göttingen ; projet EMAN (Thalim, CNRS-ENS-Sorbonne nouvelle).

Présentation

TitreTrois modules a, b, c (3)
Date188x
Sujet

- congruences
- modules
- modules finis
- nombres de classes
- notation2
- trois modules

CoteCod. Ms. Dedekind X 10, p. 10
Format1 f. ; 2 p.
LangueAllemand

Description & Analyse

DescriptionTrois modules a, b, c. Propriétés de divisibilité. Liste des "Abtheilungen" (sections, comme des sous-groupes) notés (a_1), (a''), etc. et étude de leurs relations. Verso : nombre de classes, congruences, pour des Abtheilungen d'après la notation entre parenthèses MAIS lettres différentes — peut-être exemple sur modules finis.
Mode(s) d'écriture

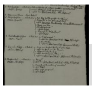
- Calculs
- Tableau

Auteur·es de la descriptionHaffner, Emmylou

Relations

Collection Cod. Ms. Dedekind X 11-1

Ce document utilise la même notation que :


Meilleure présentation pour 3 modules a, b, c

Afficher la visualisation des relations de la notice.

Mots-clefs

congruences, modules, modules finis, nombres de classes, notation2, trois modules
Notice créée par Emmylou Haffner Notice créée le 15/01/2019 Dernière modification le 18/04/2024

Drei Moduln

$\mathfrak{a}, \mathfrak{b}, \mathfrak{c}$; $\mathfrak{a}' = \mathfrak{b}+\mathfrak{c}$, $\mathfrak{b}' = \mathfrak{c}+\mathfrak{a}$, $\mathfrak{c}' = \mathfrak{a}+\mathfrak{b}$, $\mathfrak{d} = \mathfrak{a}+\mathfrak{b}+\mathfrak{c}$.

$\mathfrak{a}$	theilbar durch	$\mathfrak{b}', \mathfrak{c}', \mathfrak{d}$	; geht auf in	
$\mathfrak{b}$	"	$\mathfrak{c}', \mathfrak{a}', \mathfrak{d}$	;	
$\mathfrak{c}$	"	$\mathfrak{a}', \mathfrak{b}', \mathfrak{d}$	;	
$\mathfrak{a}'$	"	$\mathfrak{d}$	;	$\mathfrak{b}, \mathfrak{c}$
$\mathfrak{b}'$	"	$\mathfrak{d}$	;	$\mathfrak{c}, \mathfrak{a}$
$\mathfrak{c}'$	"	$\mathfrak{d}$	;	$\mathfrak{a}, \mathfrak{b}$

$\mathfrak{a}_1 = \mathfrak{b}-\mathfrak{c}_3$
$\mathfrak{b}_1 = \mathfrak{a}-\mathfrak{c}_3$
$\mathfrak{a}_1+\mathfrak{b}_1 = (\mathfrak{b}-\mathfrak{c}_3)+(\mathfrak{a}-\mathfrak{c}_3)$
$= \mathfrak{c}_3 - (\mathfrak{b}+(\mathfrak{a}-\mathfrak{c}_3))$
$= \mathfrak{c}_3 - (\mathfrak{b}+\mathfrak{b}_1)$
$\mathfrak{m}+(\mathfrak{a}_3)+(\mathfrak{a}'')+(\mathfrak{a}_1)$
$= \mathfrak{a}'$

Eintheilung aller Zahlen in sich ausschliessende Abtheilungen, je nach dem Enthaltensein in einem oder mehreren der Moduln $\mathfrak{a}, \mathfrak{b}, \mathfrak{c}, \mathfrak{a}', \mathfrak{b}', \mathfrak{c}', \mathfrak{d}$.

I. In	$\mathfrak{a}, \mathfrak{b}, \mathfrak{c}$		; Abtheilung	$(\mathfrak{m})$	$\mathfrak{a}, \mathfrak{b}, \mathfrak{c}, \mathfrak{a}', \mathfrak{b}', \mathfrak{c}', \mathfrak{d}$
II. In	$\mathfrak{b}, \mathfrak{c}$; nicht in	$\mathfrak{a}$	; Abth.	$(\mathfrak{a}_1)$	$\mathfrak{b}, \mathfrak{c}, \mathfrak{a}', \mathfrak{b}', \mathfrak{c}', \mathfrak{d}$
"	$\mathfrak{c}, \mathfrak{a}$ "	$\mathfrak{b}$	; "	$(\mathfrak{b}_1)$	$\mathfrak{c}, \mathfrak{a}, \mathfrak{a}', \mathfrak{b}', \mathfrak{c}', \mathfrak{d}$
"	$\mathfrak{a}, \mathfrak{b}$ "	$\mathfrak{c}$	; "	$(\mathfrak{c}_1)$	$\mathfrak{a}, \mathfrak{b}, \mathfrak{a}', \mathfrak{b}', \mathfrak{c}', \mathfrak{d}$
III. In	$\mathfrak{a}, \mathfrak{a}'$ "	$\mathfrak{b}, \mathfrak{c}$	; "	$(\mathfrak{a}_3)$	$\mathfrak{a}, \mathfrak{a}', \mathfrak{b}', \mathfrak{c}', \mathfrak{d}$
"	$\mathfrak{b}, \mathfrak{b}'$ "	$\mathfrak{c}, \mathfrak{a}$	; "	$(\mathfrak{b}_3)$	$\mathfrak{b}, \mathfrak{a}', \mathfrak{b}', \mathfrak{c}', \mathfrak{d}$
"	$\mathfrak{c}, \mathfrak{c}'$ "	$\mathfrak{a}, \mathfrak{b}$	; "	$(\mathfrak{c}_3)$	$\mathfrak{c}, \mathfrak{a}', \mathfrak{b}', \mathfrak{c}', \mathfrak{d}$
IV. "	$\mathfrak{a}$ "	$\mathfrak{a}'$	; "	$(\mathfrak{a})$	$\mathfrak{a}, \mathfrak{b}', \mathfrak{c}', \mathfrak{d}$
"	$\mathfrak{b}$ "	$\mathfrak{b}'$	; "	$(\mathfrak{b})$	$\mathfrak{b}, \mathfrak{c}', \mathfrak{a}', \mathfrak{d}$
"	$\mathfrak{c}$ "	$\mathfrak{c}'$	; "	$(\mathfrak{c})$	$\mathfrak{c}, \mathfrak{a}', \mathfrak{b}', \mathfrak{d}$
V. "	$\mathfrak{a}', \mathfrak{b}', \mathfrak{c}'$ "	$\mathfrak{a}, \mathfrak{b}, \mathfrak{c}$	; "	$(\mathfrak{m}')$	$\mathfrak{a}', \mathfrak{b}', \mathfrak{c}', \mathfrak{d}$
VI. "	$\mathfrak{b}', \mathfrak{c}'$ "	$\mathfrak{a}, \mathfrak{a}'$	; "	$(\mathfrak{a}'')$	$\mathfrak{b}', \mathfrak{c}', \mathfrak{d}$
"	$\mathfrak{c}', \mathfrak{a}'$ "	$\mathfrak{b}, \mathfrak{b}'$	; "	$(\mathfrak{b}'')$	$\mathfrak{c}', \mathfrak{a}', \mathfrak{d}$
"	$\mathfrak{a}', \mathfrak{b}'$ "	$\mathfrak{c}, \mathfrak{c}'$	; "	$(\mathfrak{c}'')$	$\mathfrak{a}', \mathfrak{b}', \mathfrak{d}$
VII. "	$\mathfrak{a}'$ "	$\mathfrak{b}', \mathfrak{c}'$	; "	$(\mathfrak{a}')$	$\mathfrak{a}', \mathfrak{d}$
"	$\mathfrak{b}'$ "	$\mathfrak{c}', \mathfrak{a}'$	; "	$(\mathfrak{b}')$	$\mathfrak{b}', \mathfrak{d}$
"	$\mathfrak{c}'$ "	$\mathfrak{a}', \mathfrak{b}'$	; "	$(\mathfrak{c}')$	$\mathfrak{c}', \mathfrak{d}$
VIII. "	$\mathfrak{d}$ "	$\mathfrak{a}', \mathfrak{b}', \mathfrak{c}'$	; "	$(\mathfrak{d})$	$\mathfrak{d}$

Nun entsteht doch noch weitere Eintheilung. Es ist z. B. offenbar $(\mathfrak{b}_1)+(\mathfrak{c}_1) > (\mathfrak{a}_2)$ d. h. jede Summe aus einer in $(\mathfrak{b}_1)$ und einer in $(\mathfrak{c}_1)$ enthaltenen Zahl ist gewiss in $(\mathfrak{a}_2)$ enthalten, aber nicht umgekehrt. Man setze daher
$(\mathfrak{b}_1)+(\mathfrak{c}_1) = (\mathfrak{a}_2)$
$(\mathfrak{a}_3) = (\mathfrak{a}_2)+(\mathfrak{a}_2)$

$\mathfrak{a}_1+\mathfrak{b}_1 > \mathfrak{c}_3$ — d. h. $= \mathfrak{c}_2$
$\mathfrak{a}_1+\mathfrak{a}_3 > \mathfrak{m}'$ — " " $= \mathfrak{a}''$
$\mathfrak{a}_1+\mathfrak{b}_3 \gtrless \mathfrak{b}_3$
$\mathfrak{a}_1+\mathfrak{a} > \mathfrak{a}''$ — " " $= \mathfrak{a}''$
$\mathfrak{a}_1+\mathfrak{b} \gtrless \mathfrak{b}$
$\mathfrak{a}_1+\mathfrak{m}' \gtrless \mathfrak{m}'$
$\mathfrak{a}_1+\mathfrak{a}'' \gtrless \mathfrak{a}''$
$\mathfrak{a}_1+\mathfrak{b}'' \gtrless \mathfrak{b}''$
$\mathfrak{a}_1+\mathfrak{a}' \gtrless \mathfrak{a}'$
$\mathfrak{a}_1+\mathfrak{b}' \gtrless \mathfrak{b}'$

$\mathfrak{a}_3+\mathfrak{b}_3 > \mathfrak{m}'$	w. $\mathfrak{m}'$
$\mathfrak{a}_3+\mathfrak{a} = \mathfrak{a}$	
$\mathfrak{a}_3+\mathfrak{b} > \mathfrak{b}''$	w. $\mathfrak{b}''$
$\mathfrak{a}+\mathfrak{b} > \mathfrak{c}'$	w. $\mathfrak{c}'$
$\mathfrak{a}+\mathfrak{m}' > \mathfrak{a}''$	w. $\mathfrak{a}''$
$\mathfrak{a}+\mathfrak{b}'' > \mathfrak{c}'$	w. $\mathfrak{c}'$
$\mathfrak{a}+\mathfrak{a}' > \mathfrak{d}$	w. $\mathfrak{d}$
$\mathfrak{a}''+\mathfrak{b}'' > \mathfrak{c}'$	w. $\mathfrak{c}'$
$\mathfrak{a}'+\mathfrak{a}' > \mathfrak{d}$	w. $\mathfrak{d}$
$\mathfrak{a}'+\mathfrak{b}' > \mathfrak{d}$	w. $\mathfrak{d}$

$\mathfrak{a}$ besteht aus	$(\mathfrak{a}), (\mathfrak{a}_3), (\mathfrak{b}_1), (\mathfrak{c}_1), (\mathfrak{m})$	, also aus $(\mathfrak{a}), (\mathfrak{a}_3)$
$\mathfrak{b}$ " "	$(\mathfrak{b}), (\mathfrak{b}_3), (\mathfrak{c}_1), (\mathfrak{a}_1), (\mathfrak{m})$	" " $(\mathfrak{b}), (\mathfrak{b}_3)$
$\mathfrak{c}$ " "	$(\mathfrak{c}), (\mathfrak{c}_3), (\mathfrak{a}_1), (\mathfrak{b}_1), (\mathfrak{m})$	" " $(\mathfrak{c}), (\mathfrak{c}_3)$
$\mathfrak{a}_1$ " "	$(\mathfrak{a}_1), (\mathfrak{m})$	
$\mathfrak{b}_1$ " "	$(\mathfrak{b}_1), (\mathfrak{m})$	
$\mathfrak{c}_1$ " "	$(\mathfrak{c}_1), (\mathfrak{m})$	
$\mathfrak{m}$ " "	$(\mathfrak{m})$	
$\mathfrak{m}'$ " "	$(\mathfrak{m}'), (\mathfrak{a}_3), (\mathfrak{b}_3), (\mathfrak{c}_3), (\mathfrak{a}_1), (\mathfrak{b}_1), (\mathfrak{c}_1), (\mathfrak{m})$	
$\mathfrak{a}_3$ " "	$(\mathfrak{a}_3), (\mathfrak{b}_1), (\mathfrak{c}_1), (\mathfrak{m})$	
$\mathfrak{b}_3$ " "	$(\mathfrak{b}_3), (\mathfrak{c}_1), (\mathfrak{a}_1), (\mathfrak{m})$	
$\mathfrak{c}_3$ " "	$(\mathfrak{c}_3), (\mathfrak{a}_1), (\mathfrak{b}_1), (\mathfrak{m})$	
$\mathfrak{a}''$ " "	$(\mathfrak{a}''), (\mathfrak{m}'), (\mathfrak{a}), (\mathfrak{a}_3)(\mathfrak{b}_3)(\mathfrak{c}_3), (\mathfrak{a}_1)(\mathfrak{b}_1)(\mathfrak{c}_1)(\mathfrak{m})$	, also aus $(\mathfrak{a}''), (\mathfrak{a}), \mathfrak{m}'$
$\mathfrak{b}''$ " "	$(\mathfrak{b}''), (\mathfrak{m}'), (\mathfrak{b}), (\mathfrak{a}_3)(\mathfrak{b}_3)(\mathfrak{c}_3)(\mathfrak{a}_1)(\mathfrak{b}_1)(\mathfrak{c}_1)(\mathfrak{m})$	" " $(\mathfrak{b}''), (\mathfrak{b}), \mathfrak{m}'$
$\mathfrak{c}''$ " "	$(\mathfrak{c}''), (\mathfrak{m}'), (\mathfrak{c}), (\mathfrak{a}_3)(\mathfrak{b}_3)(\mathfrak{c}_3)(\mathfrak{a}_1)(\mathfrak{b}_1)(\mathfrak{c}_1)(\mathfrak{m})$	" " $(\mathfrak{c}''), (\mathfrak{c}), \mathfrak{m}'$
$\mathfrak{a}'$ " "	$(\mathfrak{a}'), (\mathfrak{b}''), (\mathfrak{c}''), (\mathfrak{m}'), (\mathfrak{b}), (\mathfrak{c}), (\mathfrak{a}_3)(\mathfrak{b}_3)(\mathfrak{c}_3)(\mathfrak{a}_1)(\mathfrak{b}_1)(\mathfrak{c}_1)(\mathfrak{m})$	" " $(\mathfrak{a}'), (\mathfrak{b}''), (\mathfrak{c}''), (\mathfrak{b}), (\mathfrak{c}), \mathfrak{m}'$

$(q, a) = (q + a, a) = (q, a) = (q, a - b) = (q, a - q)$

$(a + b, q) = (a + b, a + q) =$ [illegible]

$= (b, a + q) = (b, q)$

$(b, q) = (b, b - q) = (b, q) = (a + b, q)$

$\omega \equiv \lambda \pmod{a}$
$\omega \equiv \mu \pmod{b}$
$\omega \equiv \nu \pmod{c}$
a, b, c
λ, μ, ν gegeben
ω gesucht

Zunächst ist erforderlich

$\mu - \nu = \alpha' \equiv 0 \pmod{a' = b + c}$

$\nu - \lambda = \beta' \equiv 0 \pmod{b' = c + a}$

$\lambda - \mu = \gamma' \equiv 0 \pmod{c' = a + b}$

d. h.

$\alpha' = \beta + (\gamma), \ \beta' = \gamma + (\alpha), \ \gamma' = \alpha + (\beta)$

$\alpha' + \beta' + \gamma' = 0 = \alpha + (\alpha) + \beta + (\beta) + \gamma + (\gamma)$

Daraus folgt

$\alpha + (\alpha) \equiv 0 \pmod{a', a}$ also $\equiv 0 \pmod{a_3}$

$(\alpha) = \alpha_3 - \alpha, \ (\beta) = \beta_3 - \beta, \ (\gamma) = \gamma_3 - \gamma$

$\alpha_3 + \beta_3 + \gamma_3 = 0$

$\alpha_3 \equiv 0 \pmod{a_3;\ b_3 + c_3 = m'}$

da a_3 [illegible] [illegible] m', so ist dies von selbst erfüllt

$\alpha' = \beta - \gamma + \gamma_3 = (\gamma) - (\beta) + \beta_3$

$\beta' = \gamma - \alpha + \alpha_3 = (\alpha) - (\gamma) + \gamma_3$

$\gamma' = \alpha - \beta + \beta_3 = (\beta) - (\alpha) + \alpha_3$

$\alpha_3 + \beta_3 + \gamma_3 = 0$

[illegible] $- \beta_3 = \gamma + (\gamma) = \gamma_3$ [illegible]

Nun soll werden [illegible]

$\omega \equiv \mu \pmod{b}$
$\omega \equiv \nu \pmod{c}$
da $\mu - \nu = \beta - \gamma + \gamma_3$, also $\mu - \beta = \nu - \gamma + \gamma_3$

also $\omega - \mu + \beta = \omega - \nu + \gamma - \gamma_3 = \alpha_1 \equiv 0 \pmod{b, c}$

so wird $\omega - \alpha_1 = \mu - \beta = \nu - \gamma + \gamma_3$; also $\mu + (\beta) - \beta_3 = \nu + (\gamma)$

$\omega - \alpha_1 = \mu + (\beta) - \beta_3 = \nu + (\gamma)$

$\omega - \mu - (\beta) + \beta_3 = \omega - \nu - (\gamma) = (\alpha_1) \equiv 0 \pmod{b, c}$

$\alpha_1 + \mu - \beta \equiv \lambda \pmod{a}$

$\alpha_1 \equiv \beta + \gamma' = \alpha + \beta_3 \pmod{a} \equiv \beta_3 \pmod{a}$; folglich muss sein $\beta_3 \equiv 0 \pmod{a + a_1 = a''}$

$\alpha_1 \equiv 0 \pmod{a_1}$; folglich $\beta_3 = \beta_2 \equiv 0 \pmod{b_2 = b_3 + a''}$

Die erforderlichen und hinreichenden Bedingungen sind also

$\alpha' = \mu - \nu = \beta - \gamma + \gamma_2$
$\beta' = \nu - \lambda = \gamma - \alpha + \alpha_2$
$\gamma' = \lambda - \mu = \alpha - \beta + \beta_2$
$\alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2 = 0$

den Beirath und die Mitwirkung seines [illegible] und des Lehrers für Rechtskunde in Anspruch nehmen.

Die Wahl der Strafe bleibt nach der größeren oder geringeren Bedeutung des einzelnen Falles dem pflichtmäßigen Ermessen überlassen.

§ 5.

Die Wiederaufnahme eines aus der Anstalt Weggewiesenen ist nur ausnahmsweise und frühestens zu Anfang des nächsten Studienjahres statthaft.

Die Entscheidung über die Zulässigkeit der Wiederaufnahme steht dem allgemeinen Lehrer-Collegium zu.