Trois modules a, b, c (3)

Auteurs : Dedekind, Richard

En passant la souris sur une vignette, le titre de l'image apparaît.

2 Fichier(s)

Contributeur·ricesHaffner, Emmylou
ÉditeursEmmylou Haffner (Institut des textes et manuscrits modernes, CNRS-ENS) ; Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek, Göttingen ; projet EMAN (Thalim, CNRS-ENS-Sorbonne nouvelle).

Présentation

TitreTrois modules a, b, c (3)
Date188x
Sujet

- congruences
- modules
- modules finis
- nombres de classes
- notation2
- trois modules

CoteCod. Ms. Dedekind X 10, p. 10
Format1 f. ; 2 p.
LangueAllemand

Description & Analyse

DescriptionTrois modules a, b, c. Propriétés de divisibilité. Liste des "Abtheilungen" (sections, comme des sous-groupes) notés (a_1), (a''), etc. et étude de leurs relations. Verso : nombre de classes, congruences, pour des Abtheilungen d'après la notation entre parenthèses MAIS lettres différentes — peut-être exemple sur modules finis.
Mode(s) d'écriture

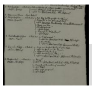
- Calculs
- Tableau

Auteur·es de la descriptionHaffner, Emmylou

Relations

Collection Cod. Ms. Dedekind X 11-1

Ce document utilise la même notation que :


Meilleure présentation pour 3 modules a, b, c

Afficher la visualisation des relations de la notice.

Mots-clefs

congruences, modules, modules finis, nombres de classes, notation2, trois modules

Notice créée par Emmylou Haffner Notice créée le 15/01/2019 Dernière modification le 18/04/2024

Drei Moduln

$\mathfrak{a}, \mathfrak{b}, \mathfrak{c}$; $\mathfrak{a}' = \mathfrak{b}+\mathfrak{c}$, $\mathfrak{b}' = \mathfrak{c}+\mathfrak{a}$, $\mathfrak{c}' = \mathfrak{a}+\mathfrak{b}$, $\mathfrak{d} = \mathfrak{a}+\mathfrak{b}+\mathfrak{c}$.

$\mathfrak{a}$ theilbar durch $\mathfrak{b}', \mathfrak{c}', \mathfrak{d}$	;	geht auf in
$\mathfrak{b}$ " " $\mathfrak{c}', \mathfrak{a}', \mathfrak{d}$	;	
$\mathfrak{c}$ " " $\mathfrak{a}', \mathfrak{b}', \mathfrak{d}$	;	
$\mathfrak{a}'$ " " $\mathfrak{d}$	;	$\mathfrak{b}, \mathfrak{c}$
$\mathfrak{b}'$ " " $\mathfrak{d}$	;	$\mathfrak{c}, \mathfrak{a}$
$\mathfrak{c}'$ " " $\mathfrak{d}$	;	$\mathfrak{a}, \mathfrak{b}$

$\mathfrak{a}_1 = \mathfrak{b} - \mathfrak{c}_3$
$\mathfrak{b}_1 = \mathfrak{a} - \mathfrak{c}_3$
$\mathfrak{a}_1 + \mathfrak{b}_1 = (\mathfrak{b}-\mathfrak{c}_3) + (\mathfrak{a}-\mathfrak{c}_3)$
$= \mathfrak{c}_3 - (\mathfrak{b} + (\mathfrak{a}-\mathfrak{c}_3))$
$= \mathfrak{c}_3 - (\mathfrak{b}+\mathfrak{b}_1)$
$\mathfrak{m}\ldots(\mathfrak{a})+(\mathfrak{a}_1)$
$= \mathfrak{a}'$

Eintheilung aller Zahlen in sich ausschliessende Abtheilungen, je nach dem Enthaltensein in einem oder mehreren der Moduln $\mathfrak{a}, \mathfrak{b}, \mathfrak{c}, \mathfrak{a}', \mathfrak{b}', \mathfrak{c}', \mathfrak{d}$.

I. In $\mathfrak{a}, \mathfrak{b}, \mathfrak{c}$			;	Abtheilung	$(\mathfrak{m})$	$\mathfrak{a}, \mathfrak{b}, \mathfrak{c}, \mathfrak{a}', \mathfrak{b}', \mathfrak{c}', \mathfrak{d}$
II. In $\mathfrak{b}, \mathfrak{c}$; nicht in	$\mathfrak{a}$		;	Abth.	$(\mathfrak{a}_1)$	$\mathfrak{b}, \mathfrak{c}, \mathfrak{a}', \mathfrak{b}', \mathfrak{c}', \mathfrak{d}$
" $\mathfrak{c}, \mathfrak{a}$ "	$\mathfrak{b}$		;	"	$(\mathfrak{b}_1)$	$\mathfrak{c}, \mathfrak{a}, \mathfrak{a}', \mathfrak{b}', \mathfrak{c}', \mathfrak{d}$
" $\mathfrak{a}, \mathfrak{b}$ "	$\mathfrak{c}$		;	"	$(\mathfrak{c}_1)$	$\mathfrak{a}, \mathfrak{b}, \mathfrak{a}', \mathfrak{b}', \mathfrak{c}', \mathfrak{d}$
III. In $\mathfrak{a}, \mathfrak{a}'$ "	$\mathfrak{b}, \mathfrak{c}$		;	"	$(\mathfrak{a}_2)$	$\mathfrak{a}, \mathfrak{a}', \mathfrak{b}', \mathfrak{c}', \mathfrak{d}$
" $\mathfrak{b}, \mathfrak{b}'$ "	$\mathfrak{c}, \mathfrak{a}$		;	"	$(\mathfrak{b}_2)$	$\mathfrak{b}, \mathfrak{a}', \mathfrak{b}', \mathfrak{c}', \mathfrak{d}$
" $\mathfrak{c}, \mathfrak{c}'$ "	$\mathfrak{a}, \mathfrak{b}$		;	"	$(\mathfrak{c}_2)$	$\mathfrak{c}, \mathfrak{a}', \mathfrak{b}', \mathfrak{c}', \mathfrak{d}$
IV. " $\mathfrak{a}$ "	$\mathfrak{a}'$		;	"	$(\mathfrak{a})$	$\mathfrak{a}, \mathfrak{b}', \mathfrak{c}', \mathfrak{d}$
" $\mathfrak{b}$ "	$\mathfrak{b}'$		;	"	$(\mathfrak{b})$	$\mathfrak{b}, \mathfrak{c}', \mathfrak{a}', \mathfrak{d}$
" $\mathfrak{c}$ "	$\mathfrak{c}'$		;	"	$(\mathfrak{c})$	$\mathfrak{c}, \mathfrak{a}', \mathfrak{b}', \mathfrak{d}$
V. " $\mathfrak{a}', \mathfrak{b}', \mathfrak{c}'$ "	$\mathfrak{a}, \mathfrak{b}, \mathfrak{c}$		;	"	$(\mathfrak{m}')$	$\mathfrak{a}', \mathfrak{b}', \mathfrak{c}', \mathfrak{d}$
VI. " $\mathfrak{b}', \mathfrak{c}'$ "	$\mathfrak{a}, \mathfrak{a}'$		;	"	$(\mathfrak{a}'')$	$\mathfrak{b}', \mathfrak{c}', \mathfrak{d}$
" $\mathfrak{c}', \mathfrak{a}'$ "	$\mathfrak{b}, \mathfrak{b}'$		;	"	$(\mathfrak{b}'')$	$\mathfrak{c}', \mathfrak{a}', \mathfrak{d}$
" $\mathfrak{a}', \mathfrak{b}'$ "	$\mathfrak{c}, \mathfrak{c}'$		;	"	$(\mathfrak{c}'')$	$\mathfrak{a}', \mathfrak{b}', \mathfrak{d}$
VII. " $\mathfrak{a}'$ "	$\mathfrak{b}', \mathfrak{c}'$		;	"	$(\mathfrak{a}')$	$\mathfrak{a}', \mathfrak{d}$
" $\mathfrak{b}'$ "	$\mathfrak{c}', \mathfrak{a}'$		;	"	$(\mathfrak{b}')$	$\mathfrak{b}', \mathfrak{d}$
" $\mathfrak{c}'$ "	$\mathfrak{a}', \mathfrak{b}'$		;	"	$(\mathfrak{c}')$	$\mathfrak{c}', \mathfrak{d}$
VIII. " $\mathfrak{d}$ "	$\mathfrak{a}', \mathfrak{b}', \mathfrak{c}'$		;	"	$(\mathfrak{d})$	$\mathfrak{d}$

Nun entsteht doch noch weitere Eintheilung, denn z. B. offenbar $(\mathfrak{b}_1)+(\mathfrak{c}_1) > (\mathfrak{a}_2)$ d. h. jede Summe aus einer in $(\mathfrak{b}_1)$ und einer in $(\mathfrak{c}_1)$ enthaltenen Zahl ist gewiss in $(\mathfrak{a}_2)$ enthalten, aber nicht umgekehrt. Man setze daher
$(\mathfrak{b}_1)+(\mathfrak{c}_1) = (\mathfrak{a}_2)$
$(\mathfrak{a}_2) = (\mathfrak{a}_2)' + (\mathfrak{a}_2)$

$\mathfrak{a}_1 + \mathfrak{b}_1 > \mathfrak{c}_2$ | u. s. w. $= \mathfrak{c}_2$
$\mathfrak{a}_1 + \mathfrak{a}_2 > \mathfrak{m}'$ | " " $= \mathfrak{a}''$
$\mathfrak{a}_1 + \mathfrak{b}_2 \geqq \mathfrak{b}_2$
$\mathfrak{a}_1 + \mathfrak{a} > \mathfrak{a}''$ | " " $= \mathfrak{a}''$
$\mathfrak{a}_1 + \mathfrak{b} \geqq \mathfrak{b}$
$\mathfrak{a}_1 + \mathfrak{m}' \geqq \mathfrak{m}'$
$\mathfrak{a}_1 + \mathfrak{a}'' \geqq \mathfrak{a}''$
$\mathfrak{a}_1 + \mathfrak{b}'' \geqq \mathfrak{b}''$
$\mathfrak{a}_1 + \mathfrak{a}' \geqq \mathfrak{a}'$
$\mathfrak{a}_1 + \mathfrak{b}' \geqq \mathfrak{b}'$

$\mathfrak{a}_2 + \mathfrak{b}_2 > \mathfrak{m}'$	u. s. w.
$\mathfrak{a}_2 + \mathfrak{a} = \mathfrak{a}$	
$\mathfrak{a}_2 + \mathfrak{b} > \mathfrak{b}''$	u. $\mathfrak{b}''$
$\mathfrak{a} + \mathfrak{b} > \mathfrak{c}'$	u. $\mathfrak{c}'$
$\mathfrak{a} + \mathfrak{m}' > \mathfrak{a}''$	u. $\mathfrak{a}''$
$\mathfrak{a} + \mathfrak{b}'' > \mathfrak{c}'$	u. $\mathfrak{c}'$
$\mathfrak{a} + \mathfrak{a}' > \mathfrak{d}$	u. $\mathfrak{d}$
$\mathfrak{a}'' + \mathfrak{b}'' > \mathfrak{c}'$	u. $\mathfrak{c}'$
$\mathfrak{a}'' + \mathfrak{a}' > \mathfrak{d}$	u. $\mathfrak{d}$
$\mathfrak{a}' + \mathfrak{b}' > \mathfrak{d}$	u. $\mathfrak{d}$

$\mathfrak{a}$	besteht aus	$(\mathfrak{a}), (\mathfrak{a}_2), (\mathfrak{b}_1), (\mathfrak{c}_1), (\mathfrak{m})$	, also aus	$(\mathfrak{a}), (\mathfrak{a}_3)$
$\mathfrak{b}$	" "	$(\mathfrak{b}), (\mathfrak{b}_2), (\mathfrak{c}_1), (\mathfrak{a}_1), (\mathfrak{m})$	, " "	$(\mathfrak{b}), (\mathfrak{b}_3)$
$\mathfrak{c}$	" "	$(\mathfrak{c}), (\mathfrak{c}_2), (\mathfrak{a}_1), (\mathfrak{b}_1), (\mathfrak{m})$	, " "	$(\mathfrak{c}), (\mathfrak{c}_3)$
$\mathfrak{a}_1$	" "	$(\mathfrak{a}_1), (\mathfrak{m})$		
$\mathfrak{b}_1$	" "	$(\mathfrak{b}_1), (\mathfrak{m})$		
$\mathfrak{c}_1$	" "	$(\mathfrak{c}_1), (\mathfrak{m})$		
$\mathfrak{m}$	" "	$(\mathfrak{m})$		
$\mathfrak{m}'$	" "	$(\mathfrak{m}'), (\mathfrak{a}_2), (\mathfrak{b}_2), (\mathfrak{c}_2), (\mathfrak{a}_1), (\mathfrak{b}_1), (\mathfrak{c}_1), (\mathfrak{m})$		
$\mathfrak{a}_3$	" "	$(\mathfrak{a}_2), (\mathfrak{b}_1), (\mathfrak{c}_1), (\mathfrak{m})$		
$\mathfrak{b}_3$	" "	$(\mathfrak{b}_2), (\mathfrak{c}_1), (\mathfrak{a}_1), (\mathfrak{m})$		
$\mathfrak{c}_3$	" "	$(\mathfrak{c}_2), (\mathfrak{a}_1), (\mathfrak{b}_1), (\mathfrak{m})$		
$\mathfrak{a}''$	" "	$(\mathfrak{a}''), (\mathfrak{m}'), (\mathfrak{a}), (\mathfrak{a}_2)(\mathfrak{b}_2)(\mathfrak{c}_2), (\mathfrak{a}_1)(\mathfrak{b}_1)(\mathfrak{c}_1)(\mathfrak{m})$	, also aus	$(\mathfrak{a}''), (\mathfrak{a}), \mathfrak{m}'$
$\mathfrak{b}''$	" "	$(\mathfrak{b}''), (\mathfrak{m}'), (\mathfrak{b}), (\mathfrak{a}_2)(\mathfrak{b}_2)(\mathfrak{c}_2)(\mathfrak{a}_1)(\mathfrak{b}_1)(\mathfrak{c}_1)(\mathfrak{m})$	" "	$(\mathfrak{b}''), (\mathfrak{b}), \mathfrak{m}'$
$\mathfrak{c}''$	" "	$(\mathfrak{c}''), (\mathfrak{m}'), (\mathfrak{c}), (\mathfrak{a}_2)(\mathfrak{b}_2)(\mathfrak{c}_2)(\mathfrak{a}_1)(\mathfrak{b}_1)(\mathfrak{c}_1)(\mathfrak{m})$	" "	$(\mathfrak{c}''), (\mathfrak{c}), \mathfrak{m}'$
$\mathfrak{a}'$	" "	$(\mathfrak{a}'), (\mathfrak{b}'')(\mathfrak{c}'')(\mathfrak{m}')(\mathfrak{b})(\mathfrak{c})(\mathfrak{a}_2)(\mathfrak{b}_2)(\mathfrak{c}_2)(\mathfrak{a}_1)(\mathfrak{b}_1)(\mathfrak{c}_1)(\mathfrak{m})$	" "	$(\mathfrak{a}'), (\mathfrak{b}''), (\mathfrak{c}''), (\mathfrak{b}), (\mathfrak{c}), \mathfrak{m}'$

den Beirath und die Mitwirkung seines Stellvertreters und des Lehrers für Rechtskunde in Anspruch nehmen.

Die Wahl der Strafe bleibt nach der größeren oder geringeren Bedeutung des einzelnen Falles dem pflichtmäßigen Ermessen überlassen.

§ 5.

Die Wiederaufnahme eines aus der Anstalt Ausgewiesenen ist nur ausnahmsweise und frühestens zu Anfang des nächsten Studienjahres statthaft.

Die Entscheidung über die Zulässigkeit der Wiederaufnahme steht dem allgemeinen Lehrer-Collegium zu.

$(\varphi, a) = (\varphi + a, a) = (\varphi, a) = (\varphi, a - b) = (\varphi, a - \varphi)$

$(a+b, \varphi) = (a+b, a+\varphi) = \cancel{(\ldots)}$
$= (b, a+\varphi) = (b, \varphi)$

$(b, \varphi) = (b, b - \varphi) = (b, \varphi) = (a+b, \varphi)$

$\omega \equiv \lambda \pmod{a}$
$\omega \equiv \mu \pmod{b}$
$\omega \equiv \nu \pmod{c}$

a, b, c; λ, μ, ν gegeben; ω gesucht

Zunächst ist erforderlich

$\mu - \nu = \alpha' \equiv 0 \pmod{a' = b + c}$
$\nu - \lambda = \beta' \equiv 0 \pmod{b' = c + a}$
$\lambda - \mu = \gamma' \equiv 0 \pmod{c' = a + b}$

d. h.

$\alpha' = \beta + (\gamma)$, $\beta' = \gamma + (\alpha)$, $\gamma' = \alpha + (\beta)$

$\alpha' + \beta' + \gamma' = 0 = \alpha + (\alpha) + \beta + (\beta) + \gamma + (\gamma)$

Daraus folgt

$\alpha + (\alpha) \equiv 0 \pmod{a', a}$ also $\equiv 0 \pmod{a_3}$

$(\alpha) = \alpha_3 - \alpha$, $(\beta) = \beta_3 - \beta$, $(\gamma) = \gamma_3 - \gamma$

$\alpha_3 + \beta_3 + \gamma_3 = 0$

$\alpha_3 \equiv 0 \pmod{a_3}$; $b_3 + c_3 = m'$

da a_3 [illegible] durch m', so ist dies von selbst erfüllt

$\alpha' = \beta - \gamma + \gamma_3 = (\gamma) - (\beta) + \beta_3$
$\beta' = \gamma - \alpha + \alpha_3 = (\alpha) - (\gamma) + \gamma_3$
$\gamma' = \alpha - \beta + \beta_3 = (\beta) - (\alpha) + \alpha_3$

$\alpha_3 + \beta_3 + \gamma_3 = 0$

$\mu + (\beta) - \beta_3 = \nu + (\gamma) - \gamma_3 = \lambda + (\lambda) - \lambda_3$ [illegible]

Nun soll werden [illegible]

$\omega \equiv \mu \pmod{b}$
$\omega \equiv \nu \pmod{c}$

da $\mu - \nu = \beta - \gamma + \gamma_3$, also $\mu - \beta = \nu - \gamma + \gamma_3$

also $\omega - \mu + \beta = \omega - \nu + \gamma - \gamma_3 = x_1 \equiv 0 \pmod{b, c}$

so wird $\omega - x_1 = \mu - \beta = \nu - \gamma + \gamma_3$; also

$\omega - x_1 = \mu + (\beta) - \beta_3 = \nu + (\gamma)$

$\mu + (\beta) - \beta_3 = \nu + (\gamma)$

$\omega - \mu - (\beta) + \beta_3 = \omega - \nu - (\gamma) = (x_1) \equiv 0 \pmod{a_1}$

$x_1 = \mu - \beta \equiv \lambda \pmod{a}$

$x_1 \equiv \beta + \gamma' = \alpha + \beta_3 \pmod{a} \equiv \beta_3 \pmod{a}$; folglich muss sein $\beta_3 \equiv 0 \pmod{a + a_1 = a''}$

$x_1 \equiv 0 \pmod{a_1}$; folglich $\beta_3 = \beta_2 \equiv 0 \pmod{b_2 = b_3 - a''}$

Die erforderlichen und hinreichenden Bedingungen sind also

$\alpha' = \mu - \nu = \beta - \gamma + \gamma_2$
$\beta' = \nu - \lambda = \gamma - \alpha + \alpha_2$
$\gamma' = \lambda - \mu = \alpha - \beta + \beta_2$

$\alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2 = 0$