

Calculs sur des modules finis 14

Auteurs : Dedekind, Richard

En passant la souris sur une vignette, le titre de l'image apparaît.

2 Fichier(s)

Contributeur·rices Haffner, Emmylou

Éditeurs Emmylou Haffner (Institut des textes et manuscrits modernes, CNRS-ENS)
; Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek, Göttingen ; projet EMAN
(Thalim, CNRS-ENS-Sorbonne nouvelle).

Présentation

Titre Calculs sur des modules finis 14

Date 1879-188x

Sujet modules finis

Cote Cod. Ms. Dedekind X 10, p. 11

Format 1 f. ; 2 p.

Langue Allemand

Description & Analyse

Description[ha, hb+cw] avec a, b premiers entre eux. Calculs.

Mode(s) d'écriture Calculs

Auteur·es de la description Haffner, Emmylou

Relations

Collection Cod. Ms. Dedekind X 11-1

Ce document a les mêmes calculs que :



[Calculs sur des modules finis 10](#)

Collection Cod. Ms. Dedekind X 10

[Zweigliedrige verwandte Moduln](#) a les mêmes calculs que ce document

[Afficher la visualisation des relations de la notice.](#)

Mots-clefs

[modules finis](#)

Notice créée par [Emmylou Haffner](#) Notice créée le 15/01/2019 Dernière modification le 17/09/2020

$$[ha, hb+cw], a, b \text{ rel. prim.} = [acw, kw+h]$$

$$k(ax+by) + cyw = acw \cdot u + (kw+h)v$$

$$h(ax+by) = kw \quad ; \quad v = ax+by$$

$$cy = acw + kw, \quad cy = acw + kax + kby$$

$$(c-kb)y = a(cw+kx) \quad | \quad h=mc$$

$$kb \equiv c \pmod{a}$$

$$y = au + mv$$

$$h = mc, \quad mb \equiv 1 \pmod{a}$$

$$y = au + m(ax+by)$$

$$(1-mb)y = a(u+mx)$$

$$[ha, hb+cw] = [h+cmw, acw]$$

oder andere Bezeichnung

$$[ha, hb+cw] = [h+cmw, acw], \quad mb \equiv 1 \pmod{a}$$

$$[A, B+cw] \text{ Vielfache von } [a, b+cw]$$

$$A = pa, \quad B = qa + rb, \quad C = qc$$

$$B+cw = qa + r(b+cw)$$

$$A = m_1 a_1 + m_2 a_2 + \dots + m_n a_n$$

$$B = p_1 a_1 + q_1 b_1 = p_2 a_2 + q_2 b_2 = \dots = p_n a_n + q_n b_n$$

$$C = r_1 c_1 = r_2 c_2 = \dots = r_n c_n$$

$$x+yw = a_1 x_1 + (b_1+c_1 w) y_1 = \dots = a_n x_n + (b_n+c_n w) y_n$$

$$x = a_1 x_1 + b_1 y_1 = a_2 x_2 + b_2 y_2 = \dots = a_n x_n + b_n y_n$$

$$y = c_1 y_1 = c_2 y_2 = \dots = c_n y_n = \text{G.G.}, \text{ wo } \text{G.G.} \text{ das kleinste Vielfache von } c_1, c_2, \dots, c_n$$

$$x = a_1 x_1 + \frac{b_1}{c_1} y_1 = \dots = a_n x_n + \frac{b_n}{c_n} y_n \quad | \quad A = \dots = a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_n x_n$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{A}{a_1} &\equiv b_1 \frac{A}{a_1} \frac{y_1}{c_1} v \\ &\vdots \\ \frac{A}{a_n} &\equiv b_n \frac{A}{a_n} \frac{y_n}{c_n} v \end{aligned} \right\} \pmod{A}$$

$$\left(\frac{A}{a_1} \cdot b_1 \frac{A}{a_1} \frac{y_1}{c_1} - \frac{A}{a_2} \cdot b_2 \frac{A}{a_2} \frac{y_2}{c_2} \right) v = \frac{A}{a_1} \frac{A}{a_2} \left(b_1 \frac{y_1}{c_1} - b_2 \frac{y_2}{c_2} \right) v \equiv 0 \pmod{A}$$

$$A \cdot \frac{b_1 c_2 - b_2 c_1}{a_1 a_2 c_1 c_2} v \text{ ganz.}$$

Da dies durch $v=A$ geteilt wird, so ist die kleinste solche Zahl v ein Divisor von A , und folglich $v = A'w$, wo w jede ganz. Zahl, $y = A'Bw$ und man findet

$$m_1 \frac{A}{a_1} + m_2 \frac{A}{a_2} + \dots + m_n \frac{A}{a_n} = 1$$

$$m_1 b_1 \frac{A}{a_1} \frac{y_1}{c_1} + \dots + m_n b_n \frac{A}{a_n} \frac{y_n}{c_n} = A$$

es wird

$$x \equiv A'w \pmod{A}, \quad x = A'u + A'w$$

$$x+yw = A'u + A'w + A'Bw = A'u + A'(B+w)w$$

$$\text{also das ges. Kl.g. Vielf.} = [A, A'(B+w)]$$

$$\begin{aligned} a_1 & a_n & b_1 & b_n & \dots & b_n \\ 0 & 0 & c_1 & c_n & \dots & c_n \\ a_1 c_1 & \text{und} & b_1 c_1 - b_2 c_1 & & & \\ [c_1, \dots, c_n] & = & [1] & & & \\ [a_1, b_1 c_1 - b_2 c_1, \dots] & = & [1] & & & \end{aligned}$$

