

## Recherches autour des nombres de classes

**Auteurs : Dedekind, Richard**

En passant la souris sur une vignette, le titre de l'image apparaît.

4 Fichier(s)

Contributeur·rices Haffner, Emmylou  
Éditeurs Emmylou Haffner (Institut des textes et manuscrits modernes, CNRS-ENS)  
; Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek, Göttingen ; projet EMAN  
(Thalim, CNRS-ENS-Sorbonne nouvelle).

### Présentation

Titre Recherches autour des nombres de classes

Date 188x-189x

Sujet

- dualité
- modules
- nombres de classes
- notation<sup>3</sup>
- trois modules

Cote Cod. Ms. Dedekind X 10, p. 18-19

Format 1 f. ; 4 p.

Langue Allemand

### Description & Analyse

Description Pour trois modules  $a, b, c$ , calculs sur les nombres de classes

Mode(s) d'écriture

- Calculs
- Esquisse de rédaction ou preuve

Auteur·es de la description Haffner, Emmylou

### Relations

**Collection Cod. Ms. Dedekind X 11-1**

*Ce document utilise la même notation que :*

 [Théorie des trois modules, divisibilité.](#)□

[Afficher la visualisation des relations de la notice.](#)

## Mots-clefs

[dualite](#), [modules](#), [nombres de classes](#), [notation3](#), [trois modules](#)

Notice créée par [Emmylou Haffner](#) Notice créée le 17/01/2019 Dernière modification le 17/09/2020

---

**F. B. C. BECKER**

gegründet 1698.

Verlagsproben: No. 161.

Braunschweig, Datum des Poststempels.



**Specialität:**

Anfertigung aller Arten

**Wäsche**

für Damen, Herren  
u. Kinder.

Lieferung vollständiger  
**Braut-Ausstattungen.**

Leinen u. Drells,  
Tischtücher und Servietten,  
**Tischdecken,**  
**Handtücher.**

**Taschentücher.**

Eisene und hölzerne  
**Bettstellen,**  
Matratzen,  
Bettstoffe, Federn u. Dauen.

**Fertige Wäsche.**

Weisse baumwollene  
**Waaren.**

Weisse u. farbige  
**Rouleaurstoffe.**

Schürzenzeuge,  
fertige Schürzen  
etc. etc.



*Exo. Hochwohlgeboren*

*beehre ich mich, mein grosses Lager in Hemden-  
stoffen, leinenen Brusteinsätzen, Kragen und Man-  
schetten in empfehlende Erinnerung zu bringen.*

*Ganz besonders gestatte ich mir, auf die An-  
fertigung von*

**Herren-Hemden**

*in meinem Nähstubeu, unter Leitung bewährter Kräfte,  
aufmerksam zu machen mit dem höflichen Bemerken,  
dass ich im Stande bin, auf Wunsch binnen 24  
Stunden ein Probhemd zu liefern. — Für vor-  
züglichen Sitz und tadellose Arbeit übernehme ich bei  
billigsten Preisen und promptester Bedienung voll-  
ständige Garantie.*

*Mein Lager selbstgefertigter Herren-Hemden,  
welche ich während der stillen Geschäftszeit ausser  
dem Hause haben lasse, bietet in Bezug auf guten  
Sitz und aussergewöhnlich billige Preise Gelegenheit  
zu recht vortheilhaften Einkäufen.*

*Es soll mich sehr freuen, bei eintretendem Bedarf  
mit Ihrem gütigen Auftrage betraut zu werden und  
empfehle ich mich Ihrem gütigen Wohlwollen.*

*Mit vorzüglicher Hochachtung ergebenst*

**F. B. C. Becker,**

Inh.: C. Bährmann,

4 Eiermarkt 4.

$$(b, a)(a, r) = (b, r) \cdot haa_1 = (a+b, a-r) = (r''', b_2)$$

$$(r, a)(a, b) = (r, b) \cdot haa_1 = (a+r, a-b) = (b''', r_2)$$

Nunig

$$a h a_1 = (a'', d') (d', a_0) (a_0, a_1) = (a'', a_1) = (a+d', a-d')$$

$$= (a', a_0) (a_0, d_1) (d_1, a_2) = (a', a_2) = (a+d_1, a-d_1)$$

$$a a_1 h = (a', a_0) (a_0, a_1) (a_1, a_2) = (a', a_2)$$

$$h a a_1 = (a'', a') (a', a_0) (a_0, a_1) = (a'', a_1)$$

$$h a_1 a = (a'', a') (a', a) (a, a_1) = (a'', a_1)$$

$$a_1 a h = (a', a) (a, a_1) (a_1, a_2) = (a', a_2)$$

~~2, 1, 1, a = (a', a\_1)~~

$$(b, a)(a, r) = (b, r) u \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} u = haa_1 = (a', a_2) = (a'', a_1)$$

$$(r, a)(a, b) = (r, b) u$$

$$(r, b)(b, a) = (r, a) v \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} v = hbb_1 = (b', b_2) = (b'', b_1)$$

$$(a, b)(b, r) = (a, r) v$$

$$(a, r)(r, b) = (a, b) w \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} w = hcc_1 = (r', r_2) = (r'', r_1)$$

$$(b, r)(r, a) = (b, a) w$$

10

$$a' = a + d_1 = a + (b-r) + (r-a) + (a-b) = a + (b-r)$$

$$a'' = a + d' = a + \{(b+r) - (r+a) - (a+b)\} = (a+b) - (r+a)$$

$$a_1 = a - d_1 = a - (b+r) - (r+a) - (a+b) = a - (b+r)$$

$$a_2 = a - d_1 = a - \{(b-r) + (r-a) + (a-b)\} = (a-b) + (r-a)$$

$$(a+b, r-a) = (b, r) (a+(b-r), (a-b)+(r-a))$$

$$= (b, r) ((a+b)-(r+a), a-(b+r))$$

$$(a+b, r-a) = (a+b, a+(b-r)) (a+(b-r), (a-b)+(r-a)) ((a-b)+(r-a), (r-a))$$

$$= (a+b, (a+b)-(r+a)) ((a+b)-(r+a), a-(b+r)) (a-(b+r), r-a)$$

$$(b, r) = (a+b, a+(b-r)) (a-(b+r), r-a)$$

$$= (b, a+(b-r)) (a-b, r-a) = (b, a+(b-r)) (a-b, r)$$

$$= (a+b, r+a) (a-(b+r), r) = (b, r+a) (a-(b+r), r)$$

in dieser Form  $\mathfrak{D}$ ,  $\alpha$  willkürlich, so ist

$$(m+a) - \mathfrak{D} = m + (a - \mathfrak{D}) \text{ gleichbedeutend mit } m + \mathfrak{D} = \mathfrak{D} \\ (\alpha, m) = (m+a, m) = (m+a, \mathfrak{D})(\alpha - \mathfrak{D}, m) = \dots = (\alpha, \mathfrak{D})(a - \mathfrak{D}, m) \mathfrak{D} = m \\ (\mathfrak{D}, \alpha) = (\mathfrak{D}, \alpha - \mathfrak{D}) = (\mathfrak{D}, m+a)(m, a - \mathfrak{D}) = (\mathfrak{D}, m+a)(m, \alpha)$$

$$(b, r) = (b, b-r) = (b, (a-b) + (b-r))((a-b) + (b-r), b-r) \\ = (b+r, b) = (b+r, (b+r) - (a+b))((b+r) - (a+b), b)$$

Dies also

$$(b, r) = (a-b, b-r)(b, (a-b) + (b-r))$$

$$= (b+r, a+b)((a+b) - (b+r), b)$$

$$(a-b) + (b-r) = b - (a + (b-r)) = b - (r + (a-b))$$

### Definitionen

$$\mathfrak{D}^{(4)} = a + b + r, \mathfrak{D}_4 = a - b - r$$

$$\alpha^{(3)} = b+r, b^{(3)} = r+a, r^{(3)} = a+b, a_3 = b-r, b_3 = r-a, r_3 = a-b$$

$$\mathfrak{D}^{(1)} = \alpha^{(3)} - b^{(3)} - r^{(3)}, \mathfrak{D}_1 = a_3 + b_3 + r_3$$

$$\alpha^{(2)} = b^{(3)} - r^{(3)}, b^{(2)} = r^{(3)} - \alpha^{(3)}, r^{(2)} = \alpha^{(3)} - b^{(3)}, a_2 = b_3 + r_3, b_2 = r_3 + a_3, r_2 = a_3 + b_3$$

$$\alpha^{(1)} = a + a_3, b^{(1)} = b + b_3, r^{(1)} = r + r_3, \alpha_1 = a - \alpha^{(3)}, b_1 = b - b^{(3)}, r_1 = r - r^{(3)}$$

$$\alpha_0 = \alpha_1 + a_3 = \alpha^{(1)} - \alpha^{(3)}, b_0 = b_1 + b_3 = b^{(1)} - b^{(3)}, r_0 = r_1 + r_3 = r^{(1)} - r^{(3)}$$

$$\alpha^{(3)} + b^{(3)} + r^{(3)} = \mathfrak{D}^{(4)}, \alpha_3 - b_3 - r_3 = \mathfrak{D}_4$$

$$\alpha^{(2)} + b^{(2)} + r^{(2)} = \mathfrak{D}^{(4)}, \alpha_2 - b_2 - r_2 = \mathfrak{D}_4$$

$$\alpha^{(1)} - b^{(1)} - r^{(1)} = \mathfrak{D}^{(1)}, \alpha_1 + b_1 + r_1 = \mathfrak{D}_1$$

$$\alpha^{(1)} + b^{(1)} + r^{(1)} = \mathfrak{D}^{(4)}, \alpha_1 - b_1 - r_1 = \mathfrak{D}_4$$

$$\alpha^{(1)} - b^{(1)} - r^{(1)} = \mathfrak{D}_1, \alpha_1 + b_1 + r_1 = \mathfrak{D}^{(1)}$$

$$\alpha_0 + b_0 + r_0 = \mathfrak{D}^{(1)}, \alpha_0 - b_0 - r_0 = \mathfrak{D}_1$$

$$(b, r) = (b, a_3) = (b, r_3 + a_3)(r_3 + a_3, a_3)$$

$$= (b, b_2)(r_3, a_3)$$

$$= (b, b_2)(r_3, r_2 - a_3)$$

$$= (b, b_2)(r_3, r_3 - r)$$

$$= (b, b_2)(r_3, r)$$

oder auch

$$= (b, b^{(3)})(r^{(3)}, r)$$

$$(b, r) = (\alpha^{(3)}, r) = (\alpha^{(3)}, \alpha^{(3)} - b^{(3)})(\alpha^{(3)} - b^{(3)}, r) = (\alpha^{(3)}, b^{(3)})(r^{(3)}, r)$$

Ist in letzterem Satz  $\delta$ , also  $m+\delta = \delta$ ,  $m-\delta = m$ ,  
 und beliebig, so ist

$$\begin{aligned} (a, m) &= (m+a, m) = (m+a, m) \\ (a, m) &= (a, a-m) = (a, a-\delta)(a-\delta, a-m) \quad (I) \\ &= (a, \delta)(a-\delta, m) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\delta, a) &= (a+\delta, a) = (a+\delta, a+m)(a+m, a) \quad (II) \\ &= (\delta, a+m)(m, a) \end{aligned}$$

z. B.  $m = b$ ,  $\delta = b+r$  gilt

$$(a, b) = (a, b+r)(a-(b+r), b) \quad (I)$$

und

$m = b-r$ ,  $\delta = b$  gilt

$$(b, a) = (b, a+(b-r))(b-r, a) \quad (II)$$

Satz Herstein, Satz von a, b:

$$(a, b) = (a, b+r)(a-(b+r), b) = (a, b+(r-a))(r-a, b)$$

Setzt man für  $m = b+(r-a)$ ,  $\delta = b+r$  in I, so folgt

$$(a, b+(r-a)) = (a, b+r)(a-(b+r), b+(r-a)) \quad (I)$$

und folglich

$m = r-a$ ,  $\delta = a-(b+r)$  in II, so folgt

$$(a-(b+r), b) = (a-(b+r), b+(r-a))(r-a, b) \quad II$$

$$(a, b) = (a, b+r)(a-(b+r), b+(r-a))(r-a, b)$$

den Einfaktor da

$$\begin{aligned} (a, b) &= (a, a-b) = (a, (r-a)+(a-b))((r-a)+(a-b), a-b) \\ &= (a, (r-a)+(a-b))((r-a), a-b) \\ &= (a, (r-a)+(a-b))((r-a), b) \\ &= (a, a_2)(b_2, b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (a, r) &= (a, a_2)(r_2, r) \\ (r, b) &= (r, r_2)(b_2, b) \end{aligned} \left\{ \begin{aligned} (a, r)(r, b) &= (a, b)(r_2, r)(r, r_2) \\ (b, r)(r, a) &= (b, a)(r_2, r)(r, r_2) \\ (b, r)(r, a)(a, b) &= (b, a)(a, r)(r, b) \end{aligned} \right.$$