

[Accueil](#)[Revenir à l'accueil](#)[Collection](#)[Cod. Ms. Dedekind X 10](#)[Item](#)[La divisibilité d'un module m par un module n sera complètement exprimée par chacune de ces 3 égalités](#)

La divisibilité d'un module m par un module n sera complètement exprimée par chacune de ces 3 égalités

Auteurs : Dedekind, Richard

En passant la souris sur une vignette, le titre de l'image apparaît.

4 Fichier(s)

Contributeur·rices Haffner, Emmylou
Éditeurs Emmylou Haffner (Institut des textes et manuscrits modernes, CNRS-ENS)
; Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek, Göttingen ; projet EMAN
(Thalim, CNRS-ENS-Sorbonne nouvelle).

Présentation

Titre La divisibilité d'un module m par un module n sera complètement exprimée par chacune de ces 3 égalités

Date 189x

Sujet

- divisibilité
- dualité
- Modulgesetz
- nombres de classes
- notation 1

Cote Cod. Ms. Dedekind X 10, p. 28-29

Format 1 p. ; 4 f.

Langue Allemand

Description & Analyse

Description Page 28r : liste de modules finis avec notation 123 (?)

Page 28v :

La divisibilité d'un module m par un module n sera complètement exprimée par chacune de ces 3 égalités : $(m,n)=1$; $m+n=n$; $m-n=n$.

Tableau montrant la dualité entre les propriétés de + et -.

Page 29r :

Propriétés des nombres de classes par à la divisibilité.

Page 29v :

Suite du recto.

Mode(s) d'écriture Esquisse de rédaction ou preuve
Auteur·es de la description Haffner, Emmylou

Relations

Collection Cod. Ms. Dedekind III 14

Ce document utilise la même notation que :



[Plan détaillé d'une version antérieure de l'article de 1897](#)

[Afficher la visualisation des relations de la notice.](#)

Mots-clefs

[divisibilité](#), [dualité](#), [Modulgesetz](#), [nombres de classes](#), [notation1](#)

Notice créée par [Emmylou Haffner](#) Notice créée le 07/02/2019 Dernière modification le 18/04/2024

$$1^{\text{III}} = [1, \omega]$$

$$2^{\text{III}} = 1 = [2, 2\omega], \quad 3^{\text{III}} = 2 = [2, \omega], \quad 4^{\text{III}} = 3 = [2, 1 + \omega]$$

$$11 = [1, 4\omega]; \quad 12 = [2, 2\omega]; \quad 13 = [2, 1 + 2\omega]$$

$$21 = [2, 2\omega] = 12; \quad 22 = [4, \omega]; \quad 23 = [4, 2 + \omega]$$

$$31 = [2, 2\omega] = 21 = 12; \quad 32 = [4, 1 + \omega]; \quad 33 = [4, 3 + \omega]$$

$$111 = [1, 8\omega]; \quad 112 = [2, 4\omega]; \quad 113 = [2, 1 + 4\omega]$$

$$121 = [2, 4\omega] = 112; \quad 122 = [4, 2\omega]; \quad 123 = [4, 2 + 2\omega]$$

$$131 = [2, 4\omega] = 112; \quad 132 = [4, 1 + 2\omega]; \quad 133 = [4, 3 + 2\omega]$$

$$221 = [4, 2\omega] = 122; \quad 222 = [8, \omega]; \quad 223 = [8, 4 + \omega]$$

$$231 = [4, 2\omega] = 122; \quad 232 = [8, 2 + \omega]; \quad 233 = [8, 6 + \omega]$$

$$321 = [4, 2 + 2\omega] = 123; \quad 322 = [8, 1 + \omega]; \quad 323 = [8, 5 + \omega]$$

$$331 = [4, 2 + 2\omega] = 123; \quad 332 = [8, 3 + \omega]; \quad 333 = [8, 7 + \omega]$$

$$1111 = [1, 16\omega]; \quad 1112 = [2, 8\omega]; \quad 1113 = [2, 1 + 8\omega]$$

$$1121 = [2, 8\omega] = 1112; \quad 1122 = [4, 4\omega]; \quad 1123 = [4, 2 + 4\omega]$$

$$1131 = [2, 8\omega] = 1112; \quad 1132 = [4, 1 + 4\omega]; \quad 1133 = [4, 3 + 4\omega]$$

$$1221 = [4, 4\omega] = 1122; \quad 1222 = [8, 2\omega]; \quad 1223 = [8, 4 + 2\omega]$$

$$1231 = [4, 4\omega] = 1122; \quad 1232 = [8, 2 + 2\omega]; \quad 1233 = [8, 6 + 2\omega]$$

$$1321 = [4, 2 + 4\omega] = 1123; \quad 1322 = [8, 1 + 2\omega]; \quad 1323 = [8, 5 + 2\omega]$$

$$1331 = [4, 2 + 4\omega] = 1123; \quad 1332 = [8, 3 + 2\omega]; \quad 1333 = [8, 7 + 2\omega]$$

$$2221 = [8, 2\omega] = 1222; \quad 2222 = [16, \omega]; \quad 2223 = [16, 8 + \omega]$$

$$2231 = [8, 2\omega] = 1222; \quad 2232 = [16, 4 + \omega]; \quad 2233 = [16, 12 + \omega]$$

$$2321 = [8, 4 + 2\omega] = 1223; \quad 2322 = [16, 2 + \omega]; \quad 2323 = [16, 10 + \omega]$$

$$2331 = [8, 4 + 2\omega] = 1223; \quad 2332 = [16, 6 + \omega]; \quad 2333 = [16, 14 + \omega]$$

$$3221 = [8, 2 + 2\omega] = 1223; \quad 3222 = [16, 1 + \omega]; \quad 3223 = [16, 9 + \omega]$$

$$2131 = [8, 2 + 2\omega] = 1232; \quad 2132 = [16, 5 + \omega]; \quad 2133 = [16, 13 + \omega]$$

$$3321 = [8, 6 + 2\omega] = 1233; \quad 3322 = [16, 3 + \omega]; \quad 3323 = [16, 11 + \omega]$$

$$3331 = [8, 6 + 2\omega] = 1233; \quad 3332 = [16, 7 + \omega]; \quad 3333 = [16, 15 + \omega]$$

Die Teilbarkeit des Moduls m durch den Modul a ist

$$(m, a) = 1 ; m + a = a ; m - a = m$$

Folgt

$$a + a = a$$

$$a + b = b + a$$

$$(a+b) + r = a + (b+r)$$

$$\text{Aus } a + d = d, b + d = d$$

$$\text{folgt } (a+b) + d = d$$

aus dem a und b gebildet

$$\text{Aus } (a, d) = (b, d) = 1$$

$$\text{folgt } (a+b, d) = 1$$

$$(a+b) - a = b$$

$$a - a = a$$

$$a - b = b - a$$

$$(a-b) - r = a - (b+r)$$

$$\text{Aus } a - m = m, b - m = m$$

$$\text{folgt } (a-b) - m = m$$

$$\text{Aus } (m, a) = (m, b) = 1$$

$$\text{folgt } (m, a-b) = 1$$

$$(a-b) + a = a$$

2) wird vollständig \rightarrow zeigt nicht dass \underline{p} die die Gleichung

$$\text{Ans } (m, u) = (u, y) = 1$$

$$\text{folgt } (y, m) = (y, u)(u, m)$$

$$\text{und } (m, y) = 1$$

$$(a, b) = (a+b, b) = (a, a-b)$$

$$(a, a+b) = 1 ; (a-b, a) = 1$$

$$\text{Ans } (m, u) = 1$$

$$\text{folgt } (m+a) - u = m + (a-u)$$

Behauptung: Man folge

$$y = (m+a) - u ; q = m + (a-u)$$

folgt

$$y - m = ((m+a) - u) - m = (m - (m+a)) - u = m - m - u = -u$$

$$y - (a-u) = (m+a) - u - (a-u) = (m+a) - (u - (a-u)) = (m+a) - (a-u) = (m+a) - a - u = a - u$$

oder

$$y + m = y ; y + (a-u) = y$$

mit Hilfe der Addition

$$y + q = y ; \text{ oder } (q, y) = 1.$$

Dieses ist die erste Teil Lehrsatz (?)

$$q + (m+a) = (m+a) + m + (a-u) = m+a + (a-u) = m+a$$

$$q + u = m + (a-u) + u = m+u = m$$

oder

$$q - (m+a) = q - u = q$$

also

$$q - y = q$$

$$\begin{array}{l}
 1) (a, b) = (a+b, -b) = (r''', -b) \\
 2) \text{ Weil } b'' \text{ Multipl. von } r''' \text{ und} \\
 \quad \text{Ähnl. von } b \text{ ist,} \\
 \quad \text{so ist} \\
 (r''', b) = (r''', -b'')(b'', b) \\
 3) (r''', b'') = (r''', r''' - a''') = (r''', a''') \\
 1) (r''', a''') = (a+b, b+r) = (a+b+r, b+r) = (a, b+r) \\
 \quad = (a, a''')
 \end{array}
 \left| \begin{array}{l}
 a''' = -b+r \\
 b''' = r+a \\
 r''' = a+b \\
 \hline
 a'' = b''' - r''' \\
 b'' = r''' - a''' \\
 r'' = a''' - b'''
 \end{array} \right.$$

Schlusssatz

$$\begin{array}{l}
 (a, b) = (a, a''')(b', b) ; (b, a) = (b, b''')(a'', a) \\
 (b, r) = (b, b''')(r'', r) ; (r, b) = (r, r''')(b'', b) \\
 (r, a) = (r, r''')(a'', a) ; (a, r) = (a, a''')(r'', r)
 \end{array}$$

also auch

$$\begin{aligned}
 (b, r)(r, a)(a, b) &= (r, b)(a, r)(b, a) \\
 &= (a, a''')(b, b''')(r, r''')(a'', a)(-b', b)(r'', r)
 \end{aligned}$$

Der Satz 3) heißt, genau in dem w , und w dass y existiert ist

$$\begin{array}{l}
 \text{in Gruppen } m+x = w ; w+y = y \\
 \text{oder } m-u = w ; u-y = w \\
 \text{so ist}
 \end{array}$$

$$(y, w) = (y, w)(w, w)$$

Offene Bedingung anzuw. : müssen ist

$$\begin{aligned}
 (a+b+r, a+b)(a+b, a) &= (a+b+r, a) \\
 (r, r''')(b, a) &= (a''', a)
 \end{aligned}$$

$$r''' - b'' = r''' - (r''' - a''') = r''' - r''' + a''' = r''' - a''' = b''$$

$$b'' - b = (r''' - a''') - b = r''' - (a''' - b) = r''' - b = b$$

$$(r''', r''' - a''')(r''' - a''', r''' - a''' - b) = (r''', r''' - a''' - b)$$

$$a''' - b = (b+r) - b = b$$

$$r''' - b = (a+b) - b = b$$