Exemple pour la théorie générale des trois modules

Auteurs : Dedekind, Richard

En passant la souris sur une vignette, le titre de l'image apparaît.

2 Fichier(s)

Contributeur·ricesHaffner, Emmylou
ÉditeursEmmylou Haffner (Institut des textes et manuscrits modernes, CNRS-ENS) ; Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek, Göttingen ; projet EMAN (Thalim, CNRS-ENS-Sorbonne nouvelle).

Présentation

TitreExemple pour la théorie générale des trois modules
Date188x
Sujet

- modules finis
- notation1
- trois modules

CoteCod. Ms. Dedekind X 11-2, p. 16
LangueAllemand

Description & Analyse

DescriptionAu dessus du titre original : "Ancienne notation".
Mise au propre de calculs rencontrés de nombres fois (cf relations).
NotesAu dos d'une lettre de Sommer datée du 28 mai 1879.
Mode(s) d'écriture

- Calculs phase 1
- Calculs phase 2

Relations

Collection Cod. Ms. Dedekind III 14

Ce document utilise la même notation que :
Plan détaillé d'une version antérieure de l'article de 1897

Afficher la visualisation des relations de la notice.

Mots-clefs

modules finis, notation1, trois modules

Notice créée par Emmylou Haffner Notice créée le 07/02/2019 Dernière modification le 21/07/2021

Beispiel zur allgemeinen Theorie der drei Moduln

(Allgem. Bezeichnung)

ω irrational, $\mathfrak{d} = \mathfrak{a}+\mathfrak{b}+\mathfrak{c} = [1, \omega]$

$\mathfrak{a}' = \mathfrak{b}+\mathfrak{c} = [p, p_1+p_2\omega]$ | $[q_2, r_2] = [1] = [q, r, q_1 r_2 - r_1 q_2]$, weil $\mathfrak{b}'+\mathfrak{c}' = \mathfrak{d}$

$\mathfrak{b}' = \mathfrak{c}+\mathfrak{a} = [q, q_1+q_2\omega]$ | $[r_2, p_2] = [1] = [r, p, r_1 p_2 - p_1 r_2]$, " $\mathfrak{c}'+\mathfrak{a}' = \mathfrak{d}$

$\mathfrak{c}' = \mathfrak{a}+\mathfrak{b} = [r, r_1+r_2\omega]$ | $[p_2, q_2] = [1] = [p, q, p_1 q_2 - q_1 p_2]$, " $\mathfrak{a}'+\mathfrak{b}' = \mathfrak{d}$

Dual:

$\mathfrak{a}'' = \mathfrak{b}'-\mathfrak{c}' = [\frac{qr}{p'}, p'(p''+q_2 r_2\omega)]$ | $[q, r] = [p']$; $p'' \equiv q_1 r_2 \pmod{\frac{q}{p'}}$, $p'' \equiv r_1 q_2 \pmod{\frac{r}{p'}}$

$\mathfrak{b}'' = \mathfrak{c}'-\mathfrak{a}' = [\frac{rp}{q'}, q'(q''+r_2 p_2\omega)]$ | $[r, p] = [q']$; $q'' \equiv r_1 p_2 \pmod{\frac{r}{q'}}$, $q'' \equiv p_1 r_2 \pmod{\frac{p}{q'}}$

$\mathfrak{c}'' = \mathfrak{a}'-\mathfrak{b}' = [\frac{pq}{r'}, r'(r''+p_2 q_2\omega)]$ | $[p, q] = [r']$; $r'' \equiv p_1 q_2 \pmod{\frac{p}{r'}}$, $r'' \equiv q_1 p_2 \pmod{\frac{q}{r'}}$

zugleich ist

$(\mathfrak{d}, \mathfrak{a}'') = (\mathfrak{b}', \mathfrak{c}'') = (\mathfrak{c}', \mathfrak{b}'') = a = pp_2$ | und $[p', q_1 r_2 - r_1 q_2] = [1]$

$(\mathfrak{d}, \mathfrak{b}'') = (\mathfrak{c}', \mathfrak{a}'') = (\mathfrak{a}', \mathfrak{c}'') = b = qq_2$ | $[q', r_1 p_2 - p_1 r_2] = [1]$

$(\mathfrak{d}, \mathfrak{c}'') = (\mathfrak{a}', \mathfrak{b}'') = (\mathfrak{b}', \mathfrak{a}'') = c = rr_2$ | $[r', p_1 q_2 - q_1 p_2] = [1]$

Einfachstes Beispiel: ω irrational.

Annahme: a, b, c relative Primzahlen > 1 [illegible]

a_1, b_1, c_1 relative Primzahlen > 1 [illegible]

h relative Primzahl zu $(bb_2 - cc_2)(cc_2 - aa_2)(aa_2 - bb_2)$ und > 1

$\mathfrak{a} = [ha_1, a_2 + bc\omega]$, $\mathfrak{b} = [hb_1, b_2 + ca\omega]$, $\mathfrak{c} = [hc_1, c_2 + ab\omega]$

Dann ist

$\mathfrak{a}' = \mathfrak{b}+\mathfrak{c} = [1, a\omega]$, $\mathfrak{b}' = \mathfrak{c}+\mathfrak{a} = [1, b\omega]$, $\mathfrak{c}' = \mathfrak{a}+\mathfrak{b} = [1, c\omega]$; $\mathfrak{d} = \mathfrak{a}+\mathfrak{b}+\mathfrak{c} = [1, \omega]$

$\mathfrak{a}'' = \mathfrak{b}'-\mathfrak{c}' = [1, bc\omega]$, $\mathfrak{b}'' = \mathfrak{c}'-\mathfrak{a}' = [1, ca\omega]$, $\mathfrak{c}'' = \mathfrak{a}'-\mathfrak{b}' = [1, ab\omega]$, $\mathfrak{m}' = \mathfrak{a}'-\mathfrak{b}'-\mathfrak{c}' = [1, abc\omega]$

Bestimmt man ferner k durch die Congruenzen

$$k \equiv aa_2 \pmod{a_1},\quad k \equiv bb_2 \pmod{b_1},\quad k \equiv cc_2 \pmod{c_1},$$

so wird

$\mathfrak{a}_1 = \mathfrak{b}-\mathfrak{c} = h[b_1 c_1, k+abc\omega]$, $\mathfrak{b}_1 = \mathfrak{c}-\mathfrak{a} = h[c_1 a_1, k+abc\omega]$, $\mathfrak{c}_1 = \mathfrak{a}-\mathfrak{b} = h[a_1 b_1, k+abc\omega]$

$\mathfrak{m} = \mathfrak{a}-\mathfrak{b}-\mathfrak{c} = h[a_1 b_1 c_1, k+abc\omega]$

$\mathfrak{d}_1 = \mathfrak{a}_1+\mathfrak{b}_1+\mathfrak{c}_1 = h[1, abc\omega] = h\mathfrak{m}'$

ferner

$\mathfrak{a}''' = \mathfrak{a}+\mathfrak{d}_1 = [h, a_2+bc\omega]$, $\mathfrak{b}''' = \mathfrak{b}+\mathfrak{d}_1 = [h, b_2+ca\omega]$, $\mathfrak{c}''' = \mathfrak{c}+\mathfrak{d}_1 = [h, c_2+ab\omega]$

$\mathfrak{a}_3 = \mathfrak{a}-\mathfrak{m}' = [ha_1, a(a_2+bc\omega)]$, $\mathfrak{b}_3 = \mathfrak{b}-\mathfrak{m}' = [hb_1, b(b_2+ca\omega)]$, $\mathfrak{c}_3 = \mathfrak{c}-\mathfrak{m}' = [hc_1, c(c_2+ab\omega)]$

$\mathfrak{a}_2 = \mathfrak{b}_1+\mathfrak{c}_1 = h[a_1, k+abc\omega]$, $\mathfrak{b}_2 = \mathfrak{c}_1+\mathfrak{a}_1 = h[b_1, k+abc\omega]$, $\mathfrak{c}_2 = \mathfrak{a}_1+\mathfrak{b}_1 = h[c_1, k+abc\omega]$

$\mathfrak{a}^0 = \mathfrak{a}_3+\mathfrak{d}_1 = [h, a(a_2+bc\omega)]$, $\mathfrak{b}^0 = \mathfrak{b}_3+\mathfrak{d}_1 = [h, b(b_2+ca\omega)]$, $\mathfrak{c}^0 = \mathfrak{c}_3+\mathfrak{d}_1 = [h, c(c_2+ab\omega)]$

Zahlenbeispiel

$$a = a_1 = 2,\ b = b_1 = 3,\ c = c_1 = 5,\ a_2 = b_2 = c_2 = 1,\ h = 5,\ k = 0$$

$\mathfrak{a} = [10, 1+15\omega]$, $\mathfrak{b} = [15, 1+10\omega]$, $\mathfrak{c} = [25, 1+6\omega]$

Nr. 388.

Pr. 1 Juni 1879. RD.

Ganz ergebenst erlauben wir uns, Sie davon zu benachrichtigen, daß zufolge hohen Rescripts des Herzoglichen Staats-Ministeriums vom 26. d. Mts. No 3721 das Herzogliche Kamm. Collegium angewiesen ist, das Ihnen als vormaligem Vorsitzenden der Polytechnischen Schul-Commission f. J. bewilligte Summe von 500 M nunmehr aus dem Polytechnikums-Fonds abzahlen zu lassen.

Braunschweig, den 27. Mai 1879.

Der Vorstand der Polytechnischen Schul-Commission

Dr. Sommer

An
den Herrn Professor
Dr. Dedekind
hierselbst