# Lettre de D'Alembert à Euler Leonhard, 12 mai 1749

**Expéditieur(s) : D'Alembert**

## Les pages

En passant la souris sur une vignette, le titre de l'image apparaît.

4 Fichier(s)

## Relations entre les documents

Ce document n'a pas de relation indiquée avec un autre document du projet.

## Citer cette page

D'Alembert, Lettre de D'Alembert à Euler Leonhard, 12 mai 1749, 1749-05-12

Irène Passeron & Alexandre Guilbaud (IMJ-PRG) ; projet EMAN (Thalim, CNRS-ENS-Sorbonne nouvelle).

Consulté le 10/12/2025 sur la plate-forme EMAN : https://eman-archives.org/dalembert/items/show/1347

## Informations sur le contenu de la lettre

IncipitM. Battier a eu la bonté de me remettre votre lettre, et j'aurais eu l'honneur de vous faire réponse...
RésuméRésout l'équation différentielle de la l. du 27 décembre 1748. Calcul intégral.
Justification de la datationNon renseigné
Numéro inventaire49.03
Identifiant644
NumPappas37

## Présentation

Sous-titre37
Date1749-05-12
Mentions légales

- Fiche : Irène Passeron & Alexandre Guilbaud (IMJ-PRG) ; projet EMAN

- Numérisation : Irène Passeron & Alexandre Guilbaud (IMJ-PRG).

Editeur de la ficheIrène Passeron & Alexandre Guilbaud (IMJ-PRG) ; projet EMAN (Thalim, CNRS-ENS-Sorbonne nouvelle).

## Informations éditoriales sur la lettre

Format du texte de la lettreLateX
Publication de la lettreEuler, O. O., IV A, 5, p. 299-301
Lieu d'expéditionParis
DestinataireEuler Leonhard
Lieu de destinationBerlin
Contexte géographiqueBerlin

## Information générales

LangueFrançais
Sourceautogr., d.s., « à Paris », adr. incomplète, A Monsieur / Monsieur Euler, 3 p.
Localisation du documentSaint-Pétersbourg AAN, 136/op2/3, f. 35-36

## Description & Analyse

Analyse/Description/RemarquesNon renseigné
Auteur(s) de l'analyseNon renseigné
Notice créée par Irène Passeron Notice créée le 06/05/2019 Dernière modification le 20/08/2024

---

à Paris ce 12 may 1749 35

37

17.

Monsieur

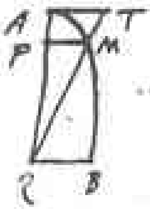
M. Baltier a eu la bonté de me remettre votre lettre, & j'aurois eu l'honneur de vous faire reponse plutôt, si j'avois trouvé l'occasion de vous la faire tenir. j'ay resolu, je crois, le petit probleme que vous m'avés proposé. d'abord j'ay cherché a m'assurer de la verité de l'Equation $\frac{ddu}{dt^2}$ &c. &c. quoyque vous me recommandiés qu'elle n'est pas difficile a trouver, j'avoüe cependant que j'aurois eu beaucoup de peine à y parvenir sans le secours d'un de vos memoires imprimé parmy ceux de l'acad. de Petersbourg T. VI. où vous donnés l'Equation entre les axes d'une ellipse variable, & le quart de sa circonference. j'ay deux solutions de votre question. voicy la 1ere. je considere que $u$ estant egal à $x$, & $t = y$, on peut changer l'equation en celle cy.

$$\frac{ddx}{dy^2} = \frac{(1+yy)\,dx}{y(1-yy)\,dy} - \frac{1+x}{1-yy}$$ ; qui se reduit lorsque $x$ & $y$

35 o5

sont infiniment petits; à celles $\frac{ddx}{dy^2} = \frac{dx}{ydy} - 1$. soit $dx = p\,dy$ on aura en integrant $\frac{p}{y} = A + \log.\frac{1}{y}$. donc $dx = A y dy + y dy \log.\frac{1}{y}$ dont l'integrale est $x = \frac{Ayy}{2} + \frac{yy}{2}\log.\frac{1}{y} - \frac{yy}{4}$; ou en supposant $\frac{A}{2} - \frac{1}{4} = \frac{\log. B}{2}$, on aura $x = \frac{yy}{2}\log.\frac{B}{y}$: B est une constante indeterminée pour laquelle on peut prendre ce qu'on voudra, car y etant infiniment petites les log. de $\frac{1}{y}$, de $\frac{B}{y}$, de $\frac{C}{y}$ &c. sont censés egaux.

ma seconde solution consiste à chercher l'arc d'un quart d'Ellypse dont l'un des axes est infiniment petit. cela ne laisse pas d'avoir sa difficulté. soit $AC = 1$, $CB = e$, $CP = x$, $AT = t$, on trouve $\frac{dt\sqrt{e^4+tt}}{(ee+tt)^{\frac{3}{2}}}$ pour l'element de l'arc AM, & $\frac{dx\sqrt{1-xx+eexx}}{\sqrt{1-xx}}$ pour celuy de l'arc BM. or en prenant $AT = \sqrt{e^3}$, on trouve qu'on peut supposer l'arc $AM = \int\frac{dt\sqrt{e^4+tt}}{e^3}$, et $BM = \int dx \times \left(1 + \frac{e^2x^2}{2(1-xx)}\right)$. la raison pour laquelle je partage ainsi l'Ellypse en deux, c'est que $eexx$ n'est pas toujours fort petit par rapport à $1-xx$, car quand $x = 1$, $e^2x^2$ est $\infty$ par rapport à $1-xx$, & alors le developpement en serie n'a plus lieu. j'integre separement les deux formules precedentes, ce qui est facile, & je trouve que $AM+BM$ ou $AB = 1 + \frac{e^2}{2}\log.\frac{4}{e}$, ce qui s'accorde avec la solution precedente et



~~38~~

donne $8 = 4$.
La solution de ce Probleme m'a fait trouver plusieurs choses sur l'integration des quantités $dx\sqrt{1-xx+q}$, qui contiennent une quantité $q$ tres petite, laquelle est une fonction composée des puissances de $x$, paires, ou impaires, entieres ou rompues &c.
j'ay l'honneur d'etre avec une parfaite consideration

Monsieur Votre tres humble
& tres obeissant serviteur
Dalembert.

je seray charmé de pouvoir etre utile à M. Baltier. son merite personnel, & l'interest que vous y prenés sont des recommendations plus que suffisantes pour moy.

A Monsieur

Monsieur Euler