Lettre de D'Alembert à Lagrange, 16 octobre 1764

Expéditieur(s) : D'Alembert

Les pages

En passant la souris sur une vignette, le titre de l'image apparaît.

4 Fichier(s)

Relations entre les documents

Ce document n'a pas de relation indiquée avec un autre document du projet.

Informations sur le contenu de la lettre

IncipitMa santé, mon cher et illustre ami, est beaucoup…
RésuméSanté meilleure. Watelet de retour. Ce que Lagrange lui dit le conforte dans son interprétation des cordes vibrantes, Opuscules, t. I [mém. 1 et futur mém. 25 des Opuscules, t. IV]. Problème des trois corps et mouvement de l'apogée. J. enc., programme [du prix de l'Acad. sc.]. Précession des équinoxes. Libration de la Lune, arcs de cercle. Réitère l'offre de ses services. L. de Fréd. II. Opuscules [t. III].
Date restituée16 octobre [1764]
Justification de la datationNon renseigné
Numéro inventaire64.49
Identifiant431
NumPappas560

Présentation

Sous-titre560
Date1764-10-16
Mentions légales

Editeur de la ficheIrène Passeron & Alexandre Guilbaud (IMJ-PRG) ; projet EMAN (Thalim, CNRS-ENS-Sorbonne nouvelle).

Informations éditoriales sur la lettre

Format du texte de la lettreNon renseigné
Publication de la lettreLalanne 1882, XIII, p. 14-20
Lieu d'expéditionParis
DestinataireLagrange
Lieu de destinationTurin
Contexte géographiqueTurin

Information générales

LangueFrançais
Sourceautogr., s., « à Paris ce 16 octobre », P.-S., 4 p.
Localisation du documentParis Institut, Ms. 915, f. 14-15

Description & Analyse

Analyse/Description/RemarquesNon renseigné
Auteur(s) de l'analyseNon renseigné
Notice créée par Irène Passeron Notice créée le 06/05/2019 Dernière modification le 20/08/2024

à Paris ce 16 8bre 64

64

Ma santé, mon cher et illustre ami, est beaucoup meilleure, grace au regime que j'observe, et aux remedes que je ne fais point. je me regarde même comme gueri, mais j'observe encore beaucoup de regime, par rapport à l'étude, et c'est ce qui fait que j'ai tardé si longtemps à vous repondre. M. Daubenton m'a dit de vos nouvelles, et combien je suis sensible à toutes vos attentions. je viens maintenant à votre lettre.

1° ce que vous me mandez sur les cordes vibrantes semble me donner gain de cause absolument. En effet j'ai prouvé dans mes opuscules, t. I p. 37 &c. et il resulte d'ailleurs de votre theoreme, que lorsque x est infiniment petite, la valeur de y en x contient un terme de cette forme $\pm pxx$ (p étant differente de zero) $\frac{ddy}{dx^2}$ sera infinie à l'origine, et il s'en faut beaucoup que $\frac{ddy}{dx^2} = \frac{ddy}{dt^2}$. or si la valeur de y renferme un terme $\pm px^n$, n étant pair et positif, alors faisant $\frac{d^{n-2}y}{dx^2} = z$, on aura un terme $\pm px^2$ dans la valeur de z, donc $\frac{ddz}{dx}$ ou $\frac{d^n y}{dx^{n-1}}$ sera finie à l'origine. donc la valeur de y ne doit contenir que des puissances impaires positives, (non negatives, parceque $\frac{ddy}{dx^2}$ ~~[illegible]~~ seroit infinie à l'origine; non fractionnaires, parcequ'il y auroit quelque valeur $\frac{d^n y}{dx^{n-1}}$ qui seroit finie à l'origine, par exemple si n etoit $m+\frac{1}{2}$, ce seroit $\frac{d^{m+1}y}{dx^{m+1}}$.) or comme on peut placer aux deux extremités indifferemment l'origine de la courbe, il est clair qu'en ces deux points on aura $y = Ax + Bx^3 + Cx^5$ &c. d'où il suit 1° que la courbe quand elle contiendra deux branches alternatives égales et semblables au dessus et au dessous de l'axe, celle du milieu au dessus; donc, comme je l'ai prouvé dans mes opuscules, elle aura pour lors des branches alternatives à l'infini. donc le systeme opposé se reduit à ce que quand les branches alternatives seront assujetties à la loi de continuité. au reste je crois avoir aussi trouvé (à ma maniere) depuis votre lettre reçue, une demonstration de votre theoreme, qui est très simple.

2°. ce que vous me mandez sur l'équation du problème des trois corps me persuade ce que j'ai toujours pensé de l'imperfection des methodes connues jusqu'ici ; je suis même résolu dès que j'aurai le tems (car j'ai bien d'autres choses en tête) de chercher une meilleure methode, surtout pour le mouvement de l'apogée, ce d'après les remarques que je vous ai déja fait à ce sujet. à propos de cela avez vous vu dans le journal Encyclopédique une lettre que j'y ai mise, sur notre programme, qui n'a pas le sens commun ? je ne sais si j'aurai jamais le temps de travailler à l'équation du problème des trois corps ; en attendant mandez moi, je vous prie, ce que vous avez fait ; je veux m'y essayer à loisir.

3°. voici mes remarques sur le problème de la precession de Lagrange.

I. Toutes les solutions qu'on en a données, à commencer par la mienne, sont fautives, non dans le résultat, mais dans la methode. ces solutions ne donnent ni $dz = 0$, ni $d\pi = 0$ lorsque $t=0$, c.à.d. au commencement du mouvement ; cependant en prenant les deux équations de ma precession de Lagrange $Ydt^2 = d(dz\cos\pi^2) + k'dt\,d(\sin\pi)$ et $dd\pi = \Gamma dt^2 - dz^2\sin\pi\cos\pi + k'dt\,dz\cos\pi$; il est aisé de prouver que si la terre n'a pas reçu d'impulsion primitive lorsque $t=0$, c.à.d. si la rotation se fait autour de l'axe, indépendamment de l'action des planètes, alors $\frac{dz}{dt}$ et $\frac{d\pi}{dt}$ deviennent $=0$, lorsque $t=0$; cela se tire aisément des deux équations ci dessus.

II. soit en général $\frac{dz}{dt} = \mu$ et $\frac{d\pi}{dt} = \nu$ lorsque $t=0$; intégrant la 1ère équation et tirant de là la valeur de dz, pour la mettre dans la seconde, où on fera $\pi = \pi' + \alpha$, on trouvera (en négligeant les termes trop petits) une équation de cette forme $dd\alpha + \alpha k'^2 dt^2 - \frac{k'dt^2}{\cos\pi}\int Ydt - k'\mu\cos\pi\,dt^2 - \Gamma dt^2 = 0$; qu'il faudra intégrer de manière que $\frac{d\alpha}{dt} = \nu$ lorsque $t=0$; ce qui donnera une équation de plusieurs termes, où les seuls termes sensibles si μ et ν sont supposés très petits, sont ceux qu'on trouve par le résultat des anciennes methodes ; le problème est donc maintenant résolu à cet égard, puisqu'on y est arrivé par une route non sujette à caution.

III. Dans votre lettre et dans votre piece sur la libration, vous trouvez que les valeurs de π renferment des arcs de cercle si N n'est pas $= 0$. or vous supposez, supposez N rigoureusement $= 0$ à moins que la lune n'ait eu au commencement une certaine situation déterminée, ce qui seroit aussi incommode en supposant que l'égalité parfaite entre le mouvement primitif de rotation et le mouvement de translation périodique. si vous supposez N très petit, en sorte que Nz ne fût sensible qu'après bien des siecles, on pourroit dire aussi que la libration en longitude n'est qu'apparente (comme la libration en latitude) et que dans plusieurs siecles la lune nous montrera son autre face. D'ailleurs comme les valeurs de π et de ε renferment les termes sin. $\zeta - \varepsilon$, et cos. $\zeta - \varepsilon$, et que ε renferme outre cela le terme Mz, il semble qu'il faudroit prouver que quand même N seroit $= 0$, en substituant pour ε sa valeur en Mz et cos. $\zeta - Mz$, sin. $\zeta - Mz$, il viendra dans la valeur de π des termes (à la verité très petits) qui renferment des arcs de cercle; or il me semble qu'il ne doit point y en avoir, si on veut expliquer d'une maniere satisfaisante la libration de la lune, qui paroit devoir être en latitude comme en longitude ϖ; j'ai donc cherché à expliquer cette libration en supposant la lune un solide de révolution, et qui donne plus d'arcs de cercle dans la valeur de π; et j'ai trouvé qu'on le pouvoit en cette sorte: puisque $d(dP + d\varepsilon \sin. \pi) = 0$, lorsque la lune est un solide de révolution, donc faisant $-dP = dz + d\varepsilon + d\theta$ (θ supposant pour abréger le mouvement de la lune autour de l'axe uniforme) on aura $-dd\theta = d[d\varepsilon(1 - \sin. \pi)]$ donc $-d\theta = d\varepsilon(1 - \sin. \pi) + g\,dz$, g étant une constante indéterminée; soit de plus $d\varepsilon =$ $\zeta dz + q dz$, $\sin. \pi = \sin. \pi' + \sigma$, il faudra à cause de $\theta = 0$ lorsque $z = 0$, que $g = -\zeta(1 - \sin. \pi)$. donc lorsque $z = 0$, on aura $-\frac{d\theta}{dz} = q(1 - \sin. \pi' - \sigma) - \zeta\sigma$. soit lorsque $z = 0$, $\frac{d\varepsilon}{dz} = \mu$; c. à. d. $\zeta + q = \mu$, alors comme σ est $= 0$ lorsque $z = 0$, on aura $-\frac{d\theta}{dz} = (\mu - \zeta)(1 - \sin. \pi')$; quantité qui n'est nulle que dans le cas où $\sin. \pi'$ seroit exactement $= 1$. à l'égard de $\frac{d\pi}{dz} = \nu$, il faudra qu'on voudra, quoique très petit, et la vitesse de rotation primitive ne sera pas l'égale de [illegible], ce qui [illegible] ne [illegible] pas la généralité de la solution.

IV. Je suis de votre avis que si π contient des arcs de cercle, alors en ayant égard aux termes négligés dans l'équation de la libration, où on a supposé cos. $\pi = 0$ ou sin. $\pi = 1$; vous trouverez qu'il y aura dans cette équation des termes de cette forme $Az\,dz^2$ (A étant à l'ordinaire très petit) mais en ce cas la libration ne seroit pas réelle, & ce seroit autre chose [illegible].

V° si π renferme des arcs de cercle par quelque cause que ce soit, par exemple si dans la terre l'obliquité de l'écliptique diminue continuellement, comme on le prétend aujourd'hui, en ce cas ε n'en renfermera pas; car comme on a $d\varepsilon = Adz.\cos.\pi$, ~~[illegible]~~ en mettant pour π sa valeur $\pi' + Cz$, on aura $d\varepsilon = Adz\,(\cos.\pi'\cos.Cz - \sin.\pi'\sin.Cz)$ dont l'intégrale ne contiendra plus d'arcs de cercle. ainsi il n'y auroit pas réellement de mouvement rétrograde continuel dans les points équinoxiaux.

VI. Dans le cas où la lune auroit son axe exactement perpendiculaire à l'écliptique, et où il n'y auroit point d'inclinaison dans son orbite, et où même elle seroit fort allongée dans la direction du rayon de l'orbite de la terre, je trouve que $\frac{d\theta}{dz}$ pourroit être considérable lorsque $t = 0$, sans néanmoins qu'il y eut autre chose qu'une libration dans la lune, en sorte qu'il pourroit toujours y avoir une partie de sa surface qui nous seroit cachée. je détermine même les limites de $\frac{d\theta}{dz}$ pour que la lune n'ait qu'une libration, comme aussi la valeur que $\frac{d\theta}{dz}$ devroit avoir pour que la lune nous montre successivement toute sa surface.

Pardon mon cher & illustre ami, de ce griffonage, et de ce verbiage. [illegible] à vos travaux, et dites m'en votre avis à loisir. ayez surtout bien soin de votre santé, vos [illegible]. je ne vous répète point ce que je vous ai dit, et les offres que je vous ai faites; je suis toujours à votre service, vous n'avez qu'à parler. j'ai reçu de [illegible] une lettre admirable, pleine de sens et d'esprit et de style. elle devroit être au chevet de [illegible] les rois. adieu, adieu encore une fois, je vous embrasse de tout mon cœur

Tuus d'Alembert

[illegible] vous [illegible] recommandation – vous y trouverez [illegible] des [illegible] [illegible] plus de vie, et de choses nouvelles que dans [illegible] [illegible]