Lettre de D'Alembert à Lagrange, 12 janvier 1765

Expéditieur(s) : D'Alembert

Les pages

En passant la souris sur une vignette, le titre de l'image apparaît.

4 Fichier(s)

Relations entre les documents

Ce document n'a pas de relation indiquée avec un autre document du projet.

Citer cette page

D'Alembert, Lettre de D'Alembert à Lagrange, 12 janvier 1765, 1765-01-12

Irène Passeron & Alexandre Guilbaud (IMJ-PRG) ; projet EMAN (Thalim, CNRS-ENS-Sorbonne nouvelle).

Consulté le 25/12/2025 sur la plate-forme EMAN : https://eman-archives.org/dalembert/items/show/178

Informations sur le contenu de la lettre

IncipitDepuis votre lettre du 13 novembre…
RésuméSa santé s'améliore. Précisions sur le programme du prix de l'Acad. sc. sur les satellites [pour 1766], le mém. de D'Al. Cordes vibrantes et équation de la courbe initiale. Précession des équinoxes, mém. dans le futur vol. IV [des Opuscules]. Libration de la Lune. Calculs de variables complexes à propos des fluides, Cause des Vents. Problème des trois corps.
Justification de la datationNon renseigné
Numéro inventaire65.04
Identifiant433
NumPappas575

Présentation

Sous-titre575
Date1765-01-12
Mentions légales

Editeur de la ficheIrène Passeron & Alexandre Guilbaud (IMJ-PRG) ; projet EMAN (Thalim, CNRS-ENS-Sorbonne nouvelle).

Informations éditoriales sur la lettre

Format du texte de la lettreNon renseigné
Publication de la lettreLalanne 1882, XIII, p. 23-29
Lieu d'expéditionParis
DestinataireLagrange
Lieu de destinationTurin
Contexte géographiqueTurin

Information générales

LangueFrançais
Sourceautogr., d., « à Paris », 4 p.
Localisation du documentParis Institut, Ms. 915, f. 16-17

Description & Analyse

Analyse/Description/RemarquesNon renseigné
Auteur(s) de l'analyseNon renseigné
Notice créée par Irène Passeron Notice créée le 06/05/2019 Dernière modification le 20/08/2024

à Paris ce 12 janvier 1765

Depuis votre lettre du 13 nov. mon cher et illustre ami, ma santé, quoique beaucoup meilleure qu'elle n'étoit l'été dernier, a eu encore des alternatives de bien et de mal qui m'ont forcé de me ménager sur le travail, ce qui m'a empêché de vous répondre plus tôt; je ne pourrai même vous répondre que d'une manière imparfaite sur les différens points de vos deux lettres, mais enfin je ne veux pas tarder plus longtemps, ne fût-ce que pour vous engager à me donner de vos nouvelles et de celles de vos travaux.

La déclaration que l'Académie a faite au sujet du programme consistoit à dire qu'elle entendoit qu'on expliquât l'action du soleil dans les causes des dérangemens des satellites, sans convenir que cette action dût produire dans les nœuds un mouvement rétrograde qui doive être confondu avec celui que l'action des satellites peut occasionner; je voulois qu'elle le mît en autre programme, ayant démontré dans un mémoire que j'y ai fait lire, que [illegible] trop [illegible] comme, mais elle n'a pas voulu, peut-être à tort, avouer si pleinement sa sottise.

Nous voilà donc d'accord sur les courbes à bandes, au moins quand la courbe initiale est exprimée par une équation. Il me semble qu'à plus forte raison on devroit les rejeter quand cette courbe n'a pas d'équation; car 1° si elle est tracée au hasard, comment s'assurera-t-on que dans cette courbe $\frac{d^n y}{dx^n}$ ne fait de saut en aucun endroit? la solution sera donc alors illusoire, puisqu'on ne pourroit jamais assurer qu'elle fût bonne. 2° Pour que $\frac{d^n y}{dx^n}$ ne fasse de saut nulle part, il faut ce me semble que la courbe ait pour équation $y = ax + bx^2 + cx^3 + ex^4$ &c. en prenant l'origine en un point quelconque, et qu'à [illegible] même pour $x = 0$, soit $y = ax + cx^3 + fx^5$ &c. or si la courbe doit être partie comme une suite d'arcs de cercle infiniment petits (supposition toujours legitime) et que ces arcs de cercle ne forment lies entre eux par aucune équation continue, il me paroit evident qu'alors l'équation $y = ax + bx^2 + cx^3 + ex^4 + \&c$ n'aura pas lieu, lorsque $\frac{d^n y}{dx^n}$ sera quelquefois.

Je vois bien que ma methode pour integrer les équations de la precession des équinoxes peut etre justifiée, mais il me semble que pour avoir le coeur bien net sur cela il faut supposer comme je vous l'ai indiqué, par une integration rigoureuse et generale, sans quoi on ne peut etre sur de ce qu'on fait ; cette discussion pourroit faire la matiere d'un memoire interessant, qui aura sa place, à ce que j'espere, dans mon 4e volume.

à l'egard de mes idées pour expliquer la libration, voici ce que je puis vous en dire à batons rompus. 1° je n'y ai eu recours, que parce qu'il me semble que votre methode quoique tres ingenieuse et tres belle, ne prouve point les arcs de cercle, et par consequent n'empeche point que la longueur de la lune ne doit nous presenter toutes ses faces. 2° J'en vois qu'elle suppose (ma methode) une équation entre les constantes du calcul, c'est à dire que la position du 1er axe de rotation etant donnée, il faut supposer une certaine vitesse de rotation dependante de cette position ; mais il y a au moins cet avantage que la position est arbitraire dans le 1er axe de rotation, pourvu qu'elle differe peu de celle de l'axe de figure ; lorsque d'ailleurs on [illegible] supposer dans ce cas que l'équateur soit veritablement mais seulement un cercle. 3° à l'egard de ce que vous ajoutez que je n'ai pas du supposer $dP = -dz - d\varepsilon - d\theta$, mais $dP = (-dz - d\varepsilon)\sin \pi - d\theta$, je pense que ma supposition est au moins aussi legitime que la votre. car en premier lieu supposons $d\varepsilon = 0$, et $d\theta = 0$, il faut que quand la planete aura fait une revolution entiere, c'est à dire quand z sera $= 360$, elle represente la meme face [illegible], or pour cela il faut que $dP = -dz$, et non pas $dP = -dz \sin \pi$ [illegible], si $\sin \pi = 0$, vous auroit $dP = 0$, ce qui n'est pas necessaire, car alors quelle que soit dP, la planete presenteroit toujours la même face, en supposant au moins $ndz - d\varepsilon = 0$. Il est vrai que dans ce cas de $\pi = 0$, il est impossible d'empecher que la planete ne montre toutes ses faces, à moins que $d\varepsilon = 0$; c. à. d. si l'axe demeure toujours parallele à lui même et sur le plan de l'orbite. mais c'est un inconvenient commun à toutes les solutions.

Votre theoreme sur $f(x+y\sqrt{-1}) - f(x-y\sqrt{-1}) = 2M\sqrt{-1}$ est charmant; j'ai trouvé moyen ce me semble de le generaliser beaucoup par les considerations suivantes.

1°. Soit $(1+h\sqrt{-1})^{x'+y'\sqrt{-1}} = (1-h\sqrt{-1})^{x'+y'\sqrt{-1}}$; on aura $y'\log.\sqrt{1+hh} + x'(\omega \pm 2n\pi) = \pm \rho\pi$, et $y'\log.\sqrt{1+hh} - x'(\omega \pm 2n'\pi) = \pm \sigma\pi$, ω etant le plus petit des angles qui ont h pour sinus et 1 pour cosinus, et pour rayon $\sqrt{1+hh}$, n et n' des nombres entiers quelconques et ρ, σ des nombres entiers tous deux pairs, ou tous deux impairs. si $y = 0$, alors $n = n'$, ce qui revient à votre cas, et pour lors $\rho = -\sigma$, et ρ peut etre tel nombre entier qu'on voudra. je tire ce theoreme de ma methode pour trouver la valeur de $(a+b\sqrt{-1})^{m+n\sqrt{-1}}$, donnée dans mon Traité des vents et ailleurs.

2°. De la seconde [illegible] au lieu de votre terme $(f+hx)^{\frac{\mu}{\theta}}$, je puis mettre $(f+hx)^{x'+y'\sqrt{-1}}$, x' et y' ayant les conditions susdites. je puis même mettre $(K+(f+hx)^{\lambda})^{\rho}$, λ etant $x'+y'\sqrt{-1}$, et ρ un entier positif ou negatif, et K une constante quelconque. je puis même encore, à ce qu'il me semble, mettre $[K+(f+hx)^{\lambda}]^{\rho}$, pourvu que $\rho\lambda = x'+y'\sqrt{-1}$, x' et y' ayant les proprietés susdites.

3°. je pourrai aussi mettre tant de termes qu'on voudra de cette forme $[K+(f+hx)^{\lambda}]^{\rho} + [K'+(f+hx)^{\lambda'}]^{\rho'}$, etc. K, K' etant des constantes quelconques et $\rho\lambda$, $\rho'\lambda'$ ayant les conditions susdites.

4°. au lieu de ces termes je pourrai mettre c (nombre dont le log. $= 1$) elevé à des puissances de ces termes seules, etc. 5°. je pourrai de même former [illegible] tous ces termes, les prendre ou ensemble, ajoutés, soustraits, multipliés, divisés les uns par les autres comme on voudra. dans tous ces cas j'aurai la formule $f(x+y\sqrt{-1}) - f(x-y\sqrt{-1}) = 0$. 6°. Pour avoir maintenant le cas où le 2° membre est $2M\sqrt{-1}$, je n'ai qu'à prendre tant de termes que je voudrai $a\log.\frac{(1+h\sqrt{-1})^m}{(1-h\sqrt{-1})^m} + b\log.\frac{[illegible]}{(1-[illegible])}$

que je ferai égaux à $2M\sqrt{-1}$, ce qui donnera $ma(\omega \pm 2n\pi) + \nu b(\omega \pm 2n'\pi) = 2M$ &c. et a[illegible]

Du reste je conviendrai que cette méthode ne puisse être conduite plus loin, [illegible]

[illegible] le problème [illegible] $a\varphi(bx+ey\sqrt{-1}) + f\varphi(cx+gy\sqrt{-1})$
$= 2M\sqrt{-1}$ et en général $a\varphi(bx+ey) + f\varphi(cx+gy) = 2M$, a, b, e, f, c, g, étant quelconques réels ou imaginaires.

je ne suis point éloigné de penser comme vous que le problème de $\varphi(x+y\sqrt{-1}) - \varphi(x-y\sqrt{-1}) = 2M\sqrt{-1}$ peut se résoudre en général; et peut-être même en donnerai-je une espèce de démonstration en supposant $\varphi x = q$ et remarquant que l'équation devient alors $\frac{y\,dq}{dx} - \frac{y^3 d^3q}{2\cdot 3\, dx^3}$ &c. $= 2M$ qui est une suite infinie dont on peut tirer la valeur de q en suite. mais il est bon de remarquer aussi que si x finie et $= 0$ donne $y = 0$ en quelque point, comme il arrive dans le cas de $y = f\varphi x$ et dans mille autres, car vous trouverez aisément que dans ce cas M sera $= 0$ partout sur la courbe; donc alors ou le problème seroit indéterminé ou les particules du fluide décriroient des courbes semblables à la courbe des parois; or vous avez assuré que cela est impossible. la solution est donc illusoire, quoique bonne géométriquement.

la solution est illusoire

Quoique je n'aye pas pensé au problème des 3 corps, j'ai cependant trouvé une méthode assez simple pour intégrer l'équation sans être obligé de substituer à chaque opération la valeur précédente du rayon vecteur. en voici en abrégé sur l'équation $ddt + N^2 t\,dz^2 + Bt\cos. pz\,dz^2 = 0$. je remarque que chaque terme $M\cos. kz\,dz^2$ doit donner dans l'intégrale $-\frac{BM}{2}\frac{\cos. kz \pm pz}{N^2-(k\pm p)^2} + \frac{B^n\cos. Nz}{N^2-(k\pm p)^2}$

[illegible] que au 1er terme $H\cos. Nz\,dz^2$, je mets d'abord à droite et à gauche $-\frac{B\pm H}{2}\frac{\cos. Nz + pz}{N^2-(N+p)^2}$ et $-\frac{BH\cos. Nz - pz}{2(N^2-(N-p)^2)}$ et au dessus de $H\cos. Nz$ les deux termes $+\frac{BH\cos. Nz}{N^2-(N+p)^2} + \frac{B^H\cos. Nz}{N^2-(N-p)^2}$. ensuite à droite et à gauche de chacun de ces nouveaux termes, j'en mets deux autres qui leur soyent conformément à ces nouveaux termes multipliés par $-\frac{B}{2}$ et divisés par N^2-k^2, k étant $=$ à l'angle précédent $\pm pz$; et la quantité $\pm pz$ doit aussi être ajoutée à l'angle après le signe cos. les termes qui donneroient N^2-N^2 au dénominateur, je les mets à part, et j'ajoute le numérateur à N^2 dans le terme $t\,dz^2$, après avoir divisé ce numérateur par le coefficient de $\cos. Nz$ dans l'intégrale de t [illegible].

[illegible] les oscillations [illegible] telles qu'elles sont,
[illegible]
[illegible]