Lettre de Euler Leonhard à D'Alembert, 29 décembre 1746

Auteur : Euler Leonhard

Les pages

En passant la souris sur une vignette, le titre de l'image apparaît.

3 Fichier(s)

Relations entre les documents

Ce document n'a pas de relation indiquée avec un autre document du projet.

Informations sur le contenu de la lettre

IncipitQuoique d'autres occupations ne m'aient pas encore permis d'examiner avec assez d'application…
RésuméDispute avec [Daniel] Bernoulli à propos du Traité des fluides de D'Al. Théorème fondamental de l'algèbre, log. de nombres négatifs [O.C. D'Al., I/4a et b, et Introductio d'Euler].
Justification de la datationNon renseigné
Numéro inventaire46.15
Identifiant632
NumPappas13

Présentation

Sous-titre13
Date1746-12-29
Mentions légales

Editeur de la ficheIrène Passeron & Alexandre Guilbaud (IMJ-PRG) ; projet EMAN (Thalim, CNRS-ENS-Sorbonne nouvelle).

Informations éditoriales sur la lettre

Format du texte de la lettreLateX
Publication de la lettreEuler, O. O., IV A, 5, p. 251-253
Lieu d'expéditionBerlin
DestinataireD'Alembert
Lieu de destinationParis
Contexte géographiqueParis

Information générales

LangueFrançais
Sourceautogr., d.s., « à Berlin », adr., cachet noir, 3 p.
Localisation du documentLondon BL, Egerton 19, f. 191-192

Description & Analyse

Analyse/Description/RemarquesNon renseigné
Auteur(s) de l'analyseNon renseigné
Notice créée par Irène Passeron Notice créée le 06/05/2019 Dernière modification le 20/08/2024

Monsieur

Quoique d'autres occupations ne m'ayent pas encore permis d'examiner avec assez d'application Vos differends avec Mr. Bernoulli sur la pression d'un fluide contre les parois d'un vase, quand la formule, qui en exprime la valeur devient negative, je crois pourtant que Vos raisons sont aussi bien fondées, que celles de Mr. Bernoulli, et que c'est une circonstance étrangere, à laquelle il faut attribuer l'effet de la suction, que l'experience montre trop clairement, pour qu'on en puisse douter, et que ce n'est pas meme l'adherence des parties de l'eau, comme Vous semblez soutenir pag. 126, qui en est la cause. Comme il s'agit de determiner la force dont les particules de l'eau sont comprimées ensemble, Vous ne considerez que la force, qui resulte de l'action mutuelle de ces particules, qui etant posée $= q$, il est clair, que si q est une quantité positive, les parois seront poussés avec la meme force, et l'eau y echapperoit par un trou avec une vitesse convenable. Mais quand q devient une quantité negative, il n'y a aucun doute, que l'eau ne devroit cesser d'être contenue dans le tuyau (à moins faisant abstraction de l'adherence des parties, dont l'effet, à ce qu'il me paroit, ne sera pas considerable), pourvu que q exprimât toute la force de compression. Or je remarque que Vous n'avez pas eu egard de la pression de l'atmosphere, qui augmente de son poids la pression de l'eau, et partant nommant la pression de l'atmosphere $= h$, la pression de la particule de l'eau en P ne sera pas $= q$, quantité qui resulte de Votre theorie, mais elle sera $= h+q$. Donc dans le cas que q devient negative savoir $q = -p$, la pression de l'eau en P étant $= h-p$ ne laissera d'être affirmative, pourvu que $p < h$, et ce sera la raison, pourquoi l'eau ne cessera pas de rester contenue. Supposons maintenant qu'on ait percé un trou dans P, et qu'on y attache un tuyau PQ plongé dans un vaisseau Q plein d'eau; cette eau etant pressée par l'atmosphere sera poussée en haut d'une certaine force, qui étant en P plus grande que $h-p$, l'eau devra monter par le tuyau QP et entrer en P dans le tuyau ABCD, comme Mr. Bernoulli

pretend. et comme toutes les experiences que nous avons faites ensemble
à Petersbourg l'ont confirmé. Mais si le tuyau étoit placé dans un
espace vuide de l'air, cet effet n'arriveroit pas, car alors il n'y a aucun
doute, que l'eau ne perdroit sa continuité, tout comme Vous pretendés.
Votre theorie sera donc vraie à la rigueur dans le cas, où le tuyau est placé dans
un espace vuide d'air, et celle de Mr. Bernoulli l'est également
quand le tuyau se trouve en plein air.
J'ai lu avec autant de fruit que de satisfaction Votre derniere piece
dont Vous avez honoré notre Academie. La maniere, dont Vous
prouvés, que toute expression $x^n + Ax^{n-1} +$ etc. $= 0$, qui n'a point
de racines reelles, en doit avoir une de cette forme $p \pm q\sqrt{-1}$, et
que par consequent elle doit avoir un facteur de cette forme $xx + \alpha x + \beta$
me satisfait pleinement, mais comme elle procede par la resolution
de la valeur de x dans une serie infinie, je ne sai, si tout le monde
en sera convaincu. J'ai lu dernierement dans une assemblée de Notre
Academie une piece sur ce meme sujet, où j'ai demontré d'une maniere
qui doit être à la portée de tout le monde, que toute expression
$x^n + Ax^{n-1} + Bx^{n-2} +$ etc. si n est une puissance du binaire, est
resoluble en facteurs réels de cette forme $xx + \alpha x + \beta$. et de là la
meme chose est claire pour les équations de chaque degré. Car
si par exemple l'équation proposée est du 6^{me} ordre, on n'a qu'à la
multiplier par $xx + mx + n$ pour avoir une du 8^{me} ordre, dont la
resolution est demontrée. J'avois traité la meme matiere il y a long
tems dans un livre, qui est actuellement sous la presse à Lausanne
chez Mr. Bousquet. Mais ce qui m'a plu sur tout dans Votre piece
c'est la reduction de plusieurs formules integrales à rectification de
l'ellipse et de l'hyperbole, matiere à laquelle j'avois aussi deja pensé,
mais je n'ai jamais pu venir à bout de la formule $\frac{\partial x}{\sqrt{(\alpha + \beta x + \gamma xx + \delta x^3 + \varepsilon x^4)}}$
et je regarde Votre resolution comme un chef d'oeuvre de Votre penetration

Mais Vous me permettrés, que je ne sois pas de Votre sentiment au sujet du $l-x$ que Vous ne croiés pas imaginaire. La raison que Vous alleguez, tirée de l'equation differentielle $dy = \frac{dx}{x}$ de la logarithmique, par laquelle Vous voulés prouver, que cette courbe a deux branches égales de part et d'autre de l'assymptote, parce que l'equation demeure la même, soit qu'on prenne x affirmatif ou negatif, ne prouve rien; car l'equation differentielle de la parabole $2xdy = ydx$ prouve tout la même chose pour la parabole. Ce critere ne vaut donc plus dans les equations differentielles. Ensuite quoique le differentiel de $l-x$ soit le même que de $l+x$, il ne s'ensuit rien ni pour l'egalité de ces deux logarithmes, ni pour la realité du premier. On n'en peut conclure que la difference de ces deux logarithmes est constante, comme est effectivement $= l-1$, et cela ne decide pas si $l-1$ est réel ou imaginaire. Pour moi je crois avoir demontré qu'il est imaginaire, et qu'il est $= \pi(1 \pm 2n)\sqrt{-1}$, où π marque la circonference d'un cercle dont le diametre $= 1$, et n un nombre entier quelconque. Car j'ai fait voir, tout comme à chaque sinus repondent une infinité d'arcs de cercle, aussi le logarithme de chaque nombre a une infinité de valeurs differentes, parmi lesquelles il n'y a qu'une qui soit réelle quand le nombre est affirmatif, mais quand le nombre est negatif toutes les valeurs sont imaginaires. Ainsi $l1 = \pi(0 \pm 2n)\sqrt{-1}$ et n marquant un nombre entier quelconq., posant $n = 0$, nous avons le logarithme ordinaire $l1 = 0$. Et de la même maniere on aura $la = la + \pi(0 \pm 2n)\sqrt{-1}$, où la dans la derniere partie marque le logarithme ordinaire de a; or $l-a = la + \pi(1 \pm 2n)\sqrt{-1}$, dont toutes les valeurs sont imaginaires. Tout cela s'ensuit de la formule $l(\cos\varphi + \sin\varphi\sqrt{-1})^k = (k\varphi \pm 2mk\pi \pm 2n\pi)\sqrt{-1}$, où m et n marquent des nombres entiers quelconques, dont la verité est assez à demontrer. J'ai l'honneur d'être avec la plus parfaite consideration

Monsieur

Berlin ce 29 Dec. 1746.

Votre tres humble et tres obeissant serviteur L. Euler