Lettre de Laplace à D'Alembert, juillet 1778

Expéditieur(s) : Laplace

Les pages

En passant la souris sur une vignette, le titre de l'image apparaît.

3 Fichier(s)

Relations entre les documents

Ce document n'a pas de relation indiquée avec un autre document du projet.

Informations sur le contenu de la lettre

IncipitVous avez eu raison, mon très cher et très illustre...
RésuméLa remarque de D'Al. sur l'équilibre des sphéroïdes homogènes qui ne peut avoir que deux solutions est exacte. Partant de l'équation des Opuscules, VI, p. 50, Laplace le démontre en transformant l'équation de D'Al. et en analysant une courbe adéquate.
Date restituée[juillet 1778]
Justification de la datationdatée par Laplace dans sa Théorie du mouvement et de la figure elliptique des planètes, Paris, 1784, p. 124
Numéro inventaire78.41
Identifiant2134
NumPappas1652

Présentation

Sous-titre1652
Date1778-07-00
Mentions légales

Editeur de la ficheIrène Passeron & Alexandre Guilbaud (IMJ-PRG) ; projet EMAN (Thalim, CNRS-ENS-Sorbonne nouvelle).

Informations éditoriales sur la lettre

Format du texte de la lettreNon renseigné
Publication de la lettreCharles Henry, « Lettres inédites de Laplace », Rome, 1886, p. 15-17, qui date de [1777]
Lieu d'expéditionNon renseigné
DestinataireD'Alembert
Lieu de destinationParis
Contexte géographiqueParis

Information générales

LangueFrançais
Sourceautogr., adr., cachet rouge, 2 p.
Localisation du documentParis Institut, Ms. 876, f. 10-11

Description & Analyse

Analyse/Description/Remarquesdatée par Laplace dans sa Théorie du mouvement et de la figure elliptique des planètes, Paris, 1784, p. 124
Auteur(s) de l'analysedatée par Laplace dans sa Théorie du mouvement et de la figure elliptique des planètes, Paris, 1784, p. 124
Notice créée par Irène Passeron Notice créée le 06/05/2019 Dernière modification le 20/08/2024

Vous avez eu raison, Monsieur très cher et très illustre Confrère, de soupçonner que le problème de l'équilibre des sphéroïdes homogènes n'est susceptible que de deux solutions. en relisant vos belles remarques sur cet objet, je m'en suis assuré par la méthode suivante qui est assez simple et que l'on peut employer avec avantage, pour déterminer le nombre des racines réelles des équations transcendantes.

je ~~reprends~~ considère d'abord l'équation $2\varpi = \frac{(3K^2+9)\cdot A\cdot T\cdot K - 9K}{K^3}$, de la page 201 du 6ème volume de vos opuscules, cette équation détermine par le nombre des valeurs réelles et positives de, K, qui peuvent y satisfaire, les différentes figures elliptiques qui conviennent à l'équilibre; mais il est assez difficile de reconnoître le nombre de ces racines a cause de la fonction transcendante qu'elle renferme. pour la faire disparoître, je mets l'équation précédente sous cette forme

$$\frac{2\varpi K^3 + 9K}{3K^2+9} - A\cdot T\cdot K = 0$$

ensuite je nomme φ. la fonction $\frac{2\varpi K^3+9K}{3K^2+9} - A\cdot T\cdot K$; je différentie cette fonction, et toute réduction faite, je trouve

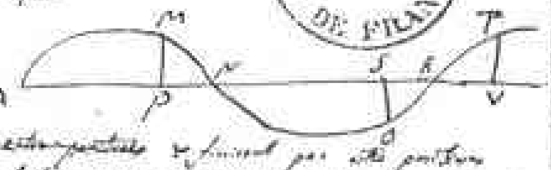
$$d\varphi = \frac{6K^2\, dK\cdot\{\varpi K^4 + (10\varpi - 6)K^2 + 9\varpi\}}{(3K^2+9)^2\cdot(1+KK)}$$

on aura donc

$$\varphi = \int \frac{6K^2\, dK\cdot\{\varpi K^4 + (10\varpi - 6)K^2 + 9\varpi\}}{(3K^2+9)^2\,(1+KK)}$$

l'intégrale étant supposée commencer avec K; cela posé je construis la courbe AMNORT dont l'abscisse AP étant K. l'ordonnée PM soit

$$\frac{6K^2\{\varpi K^4 + (10\varpi - 6)K^2 + 9\varpi\}}{(3K^2+9)^2\,(1+KK)}$$



il est clair 1° que les ordonnées commencent ~~[illegible]~~ positives et finissent par être positives 2° que si du côté des valeurs positives de K la courbe que nous venons [illegible] ici, la courbe coupe l'axe des abscisses, elle le coupera en deux points N, et R. telsque les abscisses AN, et AR seront déterminées par les deux racines positives de l'équation

$$0 = \varpi K^4 + (10\varpi - 6)K^2 + 9\varpi$$

cette équation donne $K^2 = \frac{3}{\varpi} - 5 \pm \sqrt{(\frac{3}{\varpi} - 5)^2 - 9}$

pour que ~~[illegible]~~ K^2 ait quelle valeur réelle et positive il faut que $(\frac{3}{\varpi} - 5)^2$ soit plus grand que 9, lorsque $\frac{3}{\varpi} - 5$ soit positif, ~~et~~ dans ce cas les deux valeurs de K^2 seront ~~[illegible]~~ réelle et positive, ce qui donnera pareillement pour K. deux valeurs réelles et positives; il suit de là que la courbe ne coupera point du tout son axe, ou qu'elle le coupera en deux points N, et R. et il est bien clair qu'elle ne peut le couper qu'en deux points du côté des abscisses positives.

~~[illegible]~~ la fonction φ. ~~[illegible]~~ représente l'aire de la courbe, et pour que cette fonction puisse être nulle, il faut que la courbe coupe son axe, et que l'aire négative NOR, soit égale à l'aire positive AMN; il doit donc exister alors un point S. telque l'aire NOS soit égale à l'aire AMN; mais puisque la fonction φ soit pas être dessous l. suivante

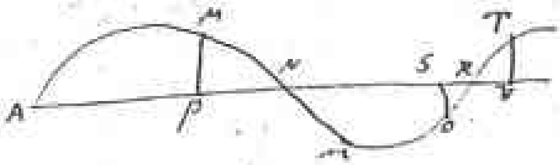
Je vous rends d'ailleurs cette justice a tous égards, puisqu'il est vrai de dire que sans votre travail & j'ay les belles recherches que vous avez publiées dans votre excellent ouv. sur la resistance des fluides, & que vous avez etendu d'une maniere fort simple & fort generale dans les memoires de berlin & de petersbourg je n'aurois jamais

la suite

NOV

pointe, il s'ensuit qu'il existe un autre point V, tel que l'aire RTV, est égale a l'aire RSO, ensuite que l'aire, φ, de la courbe est nulle aux deux points S, & V, de plus il est ~~aisé~~ évident qu'elle ne peut estre nulle qu'en ces deux points.

Si l'aire AMN est égale a l'aire NOR, les deux points S & V, se confondent avec le point R, & ce cas est celui ou l'equation φ=0, a deux racines egales possible.



f 11 v°

n.° étant un coefficient constant. cette équation convient incontestablement à tous les points de la corde, excepté aux deux extrêmes, dont le premier n'a point d'ordonnée antérieure, & le second, d'ordonnée postérieure; mais ces deux points sont fixes par les conditions du problême. j'observe cependant que pour que l'équation précédente subsiste, il est nécessaire que deux côtés contigus ne forment point entre eux un angle fini; car au sommet de cet angle, la force accélératrice qui partout ailleurs est finie, seroit infinie

dessous