Lettre de Lambert Jean Henri à D'Alembert, 12 octobre 1773

Auteur : Lambert Jean Henri

Les pages

En passant la souris sur une vignette, le titre de l'image apparaît.

6 Fichier(s)

Relations entre les documents

Ce document n'a pas de relation indiquée avec un autre document du projet.

Informations sur le contenu de la lettre

IncipitIl y a longtemps que je devais répondre à l'honneur de la vôtre du 21 avril 1771...
RésuméLe remercie pour le nouveau volume des Opuscules. Lui envoie une planche de la pleine lune faite d'après Hevelius et ses observations, insérée dans les Ephémérides allemandes. Théorème sur la composition des forces. Critique des calculs de Béguelin pour l'aberration de sphéricité.
Justification de la datationminute, Basel UB, Ms. L Ia 705, f. 7-11
Numéro inventaire73.96
Identifiant975
NumPappasInexistant

Présentation

Sous-titreInexistant
Date1773-10-12
Mentions légales

Editeur de la ficheIrène Passeron & Alexandre Guilbaud (IMJ-PRG) ; projet EMAN (Thalim, CNRS-ENS-Sorbonne nouvelle).

Informations éditoriales sur la lettre

Format du texte de la lettreNon renseigné
Publication de la lettreNon renseigné
Lieu d'expéditionBerlin
DestinataireD'Alembert
Lieu de destinationParis
Contexte géographiqueParis

Information générales

LangueFrançais
Sourceautogr., d.s., « Berlin », 6 p.
Localisation du documentLondon BL, Egerton 22, f. 75-77

Description & Analyse

Analyse/Description/Remarquesminute, Basel UB, Ms. L Ia 705, f. 7-11
Auteur(s) de l'analyseminute, Basel UB, Ms. L Ia 705, f. 7-11
Notice créée par [Irène Passeron](#) Notice créée le 06/05/2019 Dernière modification le 20/08/2024

Monsieur

Il y a long tems que je devois repondre à l'honneur de la Votre du 21 avril 1771, et Vous remercier du beau present que Vous m'avez fait du depuis du nouveau Volume de Vos excellens opuscules. La crainte de Vous interrompre dans Vos profondes recherches m'a retenu. Maintenant que j'ai fait tirer quelques exemplaires de la planche cy jointe, j'ai cru devoir, Monsieur, Vous en offrir un. C'est la pleine lune dans ses moyennes librations. Plusieurs taches de la lune, que j'ai observées m'ont mis en etat d'orienter la belle Carte de Hevelius en y traçant l'equateur, ses paralleles et les meridiens, d'apres les longitudes et les latitudes Selenographiques des taches. Ces lignes n'etoient à la verité ni parfaitement droites, ni parfaitement elliptiques, mais il n'y manqua pas beaucoup. Mais la carte de Riccioli n'etoit pas susceptible d'une semblable orientation. L'equateur & ses paralleles n'y pouvoient etre tracés qu'en forme de lignes serpentantes, et dont la courbure change fort brusquement en sens contraire.

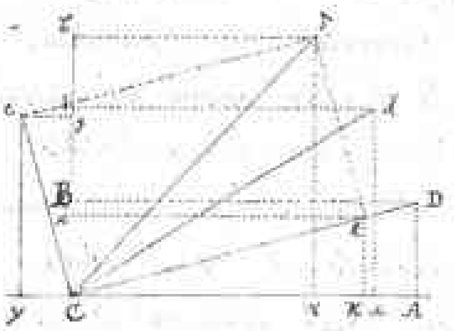
Le besoin d'ephemerides nous a engagés à en publier pour l'usage de nos Calendariographes comme pour ceux de toute l'allemagne, sans cependant nous borner à cet usage. Elles sont très complettes. Et comme il y falloit une carte de la lune, qui repondit au plan de tout l'ouvrage, j'ai taché de suppléer à ce defaut, du moins pour autant que la brieveté du tems me l'a permis.

La maniere, dont Vous ramenez, Monsieur, la theorie de la composition des force au calcul des fonctions, me paroit très bien imaginée. Dans les recherches que j'ai faites sur cette matiere, il m'a paru qu'il n'y a gueres autrement moyen d'y ~~as~~ reussir, sans employer les suites infinies, comme l'a fait Mr. D. Bernoully. Voicy entre autres un theoreme dont je me suis servi, que je ferai preceder d'un lemme.

<u>Lemme</u>. Deux forces agissant sur un point dans des directions perpendiculaires, la composée est l'hypothenuse d'un triangle rectangle, dont les cathetes representent ces deux forces. Cela est connu.

<u>Corollaire</u>. Donc la composée etant exprimée par a, les deux forces pourront être exprimées par $a \sin\varphi$, $a \cos\varphi$. Cela est d'abord vrai uniquement parceque $(a \sin\varphi)^2 + (a \cos\varphi)^2 = a^2$, et je laisse la valeur de l'angle φ indeterminée.

<u>Theoreme</u>. Soient $CD = Cd$ deux forces appliquées au point C, suivant les directions DC, dC, et resolues dans les forces perpendiculaires CA, CB et Ca, Cb. ~~[illegible]~~, en faisant



76

$CD = Cd = 1$, et introduisant les angles indéterminés, φ, φ', on aura

$$CA = \cos\varphi \qquad Ca = \cos\varphi'$$
$$CB = \sin\varphi \qquad Cb = \sin\varphi'$$

Quant aux angles de la figure je fais

$$DCA = \omega$$
$$dCA = \omega'$$

Soit enfin une troisieme force $C\delta = 1$, appliquée sous un angle δCA, qui fait la somme des angles DCA, dCA, de sorte que $\delta CA = \omega + \omega'$.

Resolvant cette force $C\delta$ dans les deux perpendiculaires $C\alpha$, $C\tau$, je dis, qu'on aura

$$C\alpha = \cos(\varphi + \varphi')$$
$$C\tau = \sin(\varphi + \varphi')$$

desorte que φ, φ', $(\varphi + \varphi')$ sont une même fonction de ω, ω', $(\omega + \omega')$

Quant à la demonstration de ce theoreme elle depend de l'egalité des angles δCD, dCA. La force δC se resout dans les deux perpendiculaires εC, eC, ce qui fait encore l'angle $eCg = DCA$. On aura donc

$$C\varepsilon = \cos([illegible]\varphi') \qquad Ce = \sin\varphi'$$
$$CK = \cos[illegible]\varphi')\cos\varphi \qquad eg = \sin\varphi'.\sin\varphi$$
$$Cx = \cos\varphi'.\sin\varphi \qquad e\gamma = \sin\varphi'.\cos\varphi$$

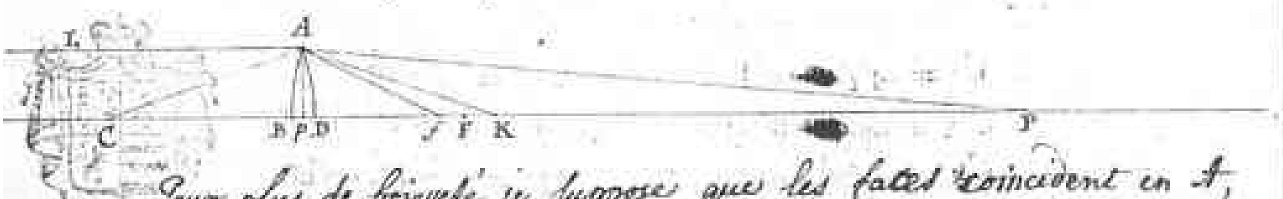
D'où suit

$$C\alpha = CK - C\gamma = \cos\varphi'\cos\varphi - \sin\varphi'.\sin\varphi = \cos(\varphi + \varphi')$$
$$C\tau = Cx + Cg = \sin\varphi.\cos\varphi' + \cos\varphi.\sin\varphi' = \sin(\varphi + \varphi')$$

Ici il ne s'agit plus que de faire voir, sous quelles conditions les angles φ, φ' $(\varphi + \varphi')$ peuvent être une même fonction de ω, ω', $(\omega + \omega')$ et il se trouve qu'il doit y avoir rapport d'egalité. Ce rapport a lieu lorsque $\omega + \omega' = 90°$, de même que lorsque cette somme est $= 180°$, $270°$, $360°$ &c.

J'ai eté surpris de voir que Mr Beguelin trouve de si grandes differences entre ses calculs sur l'aberration de sphericité et ceux des plus grands Geometres. Je lui ai donné une autre formule que j'avois trouvée. Mais comme dans les resultats elle donne les mêmes valeurs que celles qui etoient deja connues, Mr Beguelin y trouva les mêmes defauts, et les attribua aux puissances superieures, qu'on omet pour abreger le calcul. C'est de quoi je ne pouvois me convaincre. Au contraire je vis sans peine que Mr Beguelin avoit dans ses memoires admis des hypotheses, qui sont admissibles, lorsqu'on ne veut connoitre l'effet de l'aberration qu'en gros, mais qui ne sauroient être mises pour base, lorsqu'il s'agit de critiquer les formules que d'autres ont trouvées relativement à une exactitude qui doit aller à 0,000075 de la distance focale.

Comme il seroit trop long d'entrer dans les details des memoires de Mr Beguelin, je rapporterai un exemple d'une lentille dont les faces sont egalement convexes, chacune ayant 8 degrés d'ouverture, desorte que les centres etant C, K, on ait ACD = AKB = 4°



Pour plus de brieveté je suppose que les faces coincident en A, et que le rayon incident LA soit parallele a l'axe CP. La face anterieure le brise vers P, la posterieure vers f. Et F designe ce même point f lorsqu'il s'agit d'un rayon infiniment proche de l'axe. Enfin je suppose le rapport des sinus = 1,55.

Ce qui etant posé, le calcul exact donne

l'angle	KAP = 2°.34'.45",9	son sinus =	0,0450042
	APB = 1.25.14,1	....	0,0247913
	CAP = 174.34.45,9	....	0,0944659

$CAf = 171.24.49.3$ . . . . [illegible]91464222

$AfC = 4.25.10,9$ 0,0770606

D'où, en faisant $CA = AK = 1$. on deduit

$$KP = 1,815923$$
$$Cf = 1,900087$$
$$Cp = 0,997564$$
$$Ap^2 = 0,0048660 = \tfrac{1}{2}(1 - \cos. 8°)$$

De cette maniere le point f est determiné aussi exactement qu'il peut l'être au moyen des tables des Sinus, dont les rayon va a 7 places decimales. Or l'aberration en longueur etant $= Ff$, il s'agit de determiner la distance CF.

On peut d'abord la faire $= \frac{1+2m}{2m}$, en faisant $m = 1,55$. C'est aussi, je crois, ce que Mr Beguelin a fait, d'une maniere differente, mais neanmoins equivalente. Cette supposition donne

$$CF = 1,909091$$

Par là on obtient

$$Ff = 0,009004$$

$$\frac{Ff \cdot pF}{Ap^2} = 1,6867$$

$$Ff = 1,6867 \cdot \frac{Ap^2}{pF}$$

Mr Beguelin (Memoires de l'Acad. 1763. page. 8.) trouve tant soit peu moins, puisqu'au lieu de 1,6867 il fait 1,67558. Mais la lentille, qui a servi de base pour son calcul est ~~un peu~~ moins convexe.

Cependant ni l'un ni l'autre de ces coefficiens est le veritable. En posant $CF = \frac{1+2m}{2m}$ j'ai fait abstraction de l'epaisseur de la lentille. Faisant donc $BD = e$, on trouve

$$CF = \frac{42 - 11e}{62 - 11e} \cdot \frac{31}{11} = 1,908304$$

Cela donne

$$Ff = 0,008217.$$
$$pF = 0,910740.$$

$$\frac{Ff.\,pF}{Ap^2} = 1,5379.$$

Par le calcul precedent $\underline{1,6867}$

difference $0,1488$

Cette difference revient à la $\frac{1}{10}$ partie, et fait voir, que pour juger de l'aberration en longueur, il n'est pas indifferent, dequelle maniere on détermine les points F, f. quand on veut les connaitre exactement, ou pousser la precision jusqu'à des $\frac{1}{1000}$ parties de la distance focale. Ces points F, f se rapportent encore mieux aux centres C, K, qu'aux points B, p, D, et surtout le point p est variable pour les ~~ray~~ rayons plus proches de l'axe. Comme Mr Beguelin trouve egalement une $\frac{1}{11}$me partie (Mem. 1762. pages. 376.) il me semble que c'est dans la determination du point F qu'il a negligé l'epaisseur de la lentille. Il commence par etablir le rapport entre la distance focale et le demi-diametre de l'ouverture, sans designer ce qu'il entend par cette distance focale; si elle est FD, Fp ou FB. Ce qui est sûr c'est que les deux points f, F devoient se rapporter à un même point fixe, afinque l'intervalle fF, qui est l'aberration en longueur, soit determiné sans equivoque.

J'ai l'honneur d'etre avec un profond Respect

Monsieur

Berlin ce 12 Octobre 1773

Votre très humble et très obeissant Serviteur
Lambert