

Lettre de Euler Leonhard à D'Alembert, 19 août 1747

Expéditeur(s) : Euler Leonhard

Les pages

En passant la souris sur une vignette, le titre de l'image apparaît.

3 Fichier(s)

Relations entre les documents

Ce document n'a pas de relation indiquée avec un autre document du projet.□

Citer cette page

Euler Leonhard, Lettre de Euler Leonhard à D'Alembert, 19 août 1747, 1747-08-19

Irène Passeron & Alexandre Guilbaud (IMJ-PRG) ; projet EMAN (Thalim, CNRS-ENS-Sorbonne nouvelle).

Consulté le 12/11/2025 sur la plate-forme EMAN :
<https://eman-archives.org/dalembert/items/show/878>

Informations sur le contenu de la lettre

IncipitJe profite du départ de M. Delisle pour vous répondre à votre dernière lettre et...

RésuméRecommande le fils de Grischow. Controverse sur log. de négatifs et imaginaires : Euler pense avoir raison et répond à ses exemples, renvoie à son mém. [Euler, O.O, I, 19 et 17].

Justification de la datationNon renseigné

Numéro inventaire47.06

Identifiant627

NumPappas19

Présentation

Sous-titre19

Date1747-08-19

Mentions légales

- Fiche : Irène Passeron & Alexandre Guilbaud (IMJ-PRG) ; projet EMAN (Thalim, CNRS-ENS-Sorbonne nouvelle). Licence Creative Commons Attribution - Partage à l'identique 3.0 (CC BY-SA 3.0 FR).
- Numérisation : Irène Passeron & Alexandre Guilbaud (IMJ-PRG).

Editeur de la fiche Irène Passeron & Alexandre Guilbaud (IMJ-PRG) ; projet EMAN (Thalim, CNRS-ENS-Sorbonne nouvelle).

Informations éditoriales sur la lettre

Format du texte de la lettre LaTeX

Publication de la lettre Euler, O. O., IV A, 5, p. 270-272

Lieu d'expédition Berlin

Destinataire D'Alembert

Lieu de destination Paris

Contexte géographique Paris

Information générales

Langue Français

Source autogr., d.s., « Berlin », adr., cachet rouge, 3 p.

Localisation du document Paris Institut, Ms. 880, f. 22-23

Description & Analyse

Analyse/Description/Remarques Non renseigné

Auteur(s) de l'analyse Non renseigné

Notice créée par [Irène Passeron](#) Notice créée le 06/05/2019 Dernière modification le 20/08/2024

Monsieur

Je profite du décret de M^r Delisle pour Vous répondre à Votre dernière lettre, et de Vous recommander un jeune homme de notre académie qui a obtenu la permission d'accompagner M^r Delisle. Il est fils d'un de nos Affranchis nommé Grefchew, qui ayant déjà fait quelques progrès dans l'astronomie croit ne pouvoir mieux employer son temps, qu'en cherchant occasion de profiter des lumières et de l'addresse des Affranchis de Paris, auprès desquels je Vous prie de lui faciliter l'accès, et de l'honorer par votre bienveillance.

Pour notre controverse touchant les logarithmes des nombres négatifs et imaginaires, j'espère qu'elle sera bientôt terminée, dans Votre pièce sur les intégrales, qui vient d'être imprimée dans la seconde édition de vos mémoires. Je suivrai vos ordres, rayé l'article, ou l'un particulier du Log. -1, et je vous prie d'être en peu de temps entièrement d'accord avec moi sur ce sujet. Par où que la formule e^x doit avoir deux valeurs dans le cas $x = \frac{1}{2}$, mais Vous m'indiquez aussi que dans les autres cas la valeur de e^x ne peut pas être négative, et comme il s'agit principalement du Log. -1, Vous ne prétendez pas que e^x puisse devenir $-\frac{1}{2}$, en supposant $x = 0$, ainsi cet argument ne prouve au mieux rien pour Vous.

Quand Vous dites qu'on pourrait résoudre $1-x$ dans une suite dont la valeur fut celle, je n'entends rien, si ce n'est que les termes de la suite soient réels, mais on pourra élever $\sqrt{-x}$ résolvant dans une telle suite, au cas je vous prie que ce que j'ai dit dans ma dernière lettre de la suite $e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \dots$ ne prouve rien pour moi, de même que l'ambiguïté de e^x dans certains cas ne prouve rien contre moi, puisqu'on devrait aussi accorder deux valeurs quand $x = \frac{1}{2}$, quatre quand $x = \frac{1}{4}$ etc. mais cela mènerait trop loin.

Quand Vous dites que la quantité x ne doit pas être considérée comme le paramètre de la logarithmique, mais comme l'indéterminée, qui répond à l'indéfini $x=1$ et qu'en conséquence elle peut être tant affirmative que négative, je pourrais dire avec autorité, de dire que la logarithmique a non seulement deux racines égales et semblables, selon les deux formules $x=1+y$ et $x=1-y$, mais aussi une, qui répondra $x=1+y$, $x=1-y$, $x=1-y$ etc. puisque toutes ces formules ont la même différentielle $Dx = \frac{1}{x}$. Pour ce qui regarde Votre transformation de $e^{\frac{1}{x}}$ en $x+y$, comme un nombre impair à un pair on se pourrait avec autant de hardiesse imaginer cette formule, que $x+y = \text{pair} : \text{impair} : \text{impair} : \text{impair}$ et ainsi Vous ne trouveriez pas Votre contradiction. Il me semble donc que toutes ces raisons ne font pas assez fortes pour prouver que $1+y=1-y$.

Enfin Vous dites si la formule vraie des séries donne tous les logarithmes de $x-1$, mais je ne fais pas le moindre simple défaut de démonstration possible pour desirer ce que j'avance, et pour la formule $\frac{1}{x-1}$, je prouve qu'elle ne correspond que les valeurs $\pm 1, \pm 3, \pm 5, \dots$, et n'exprime un nombre entier quelconque et x la circonstance d'un cercle dont le diamètre $= 1$, de sorte que cette formule ne peut jamais devenir $= 0$. Il est vrai, que mon argument est appuyé sur la formule vraie des séries, mais je ne vois aucune raison, pourquoi cette formule ne donneroit tous les logarithmes de $x-1$, et je crois toujours que les raisons pour sont plus fortes que celles contre.

Enfin dans la formule des arcs de cercles $x = \sqrt{1-(x+\sqrt{1-x^2})}$, si x marque la cosinus de l'arc x , je ne vois aucune raison de douter, que si $x > 1$, l'arc x ne soit une imaginaires simple $\sqrt{1-x^2}$, de sorte que $(x+\sqrt{1-x^2}) = 1$, et je ne crois pas que Vous pourriez le contraire.

J'ai communiqué à l'Académie mon papier sur ce sujet, on y aura vu certainement que dans son sein cette matière, qu'au moins moi, je n'y trouve plus la moindre difficulté, quoiqu'aujourd'hui j'aie été extrêmement embarrassé.

J'ai l'honneur d'être avec toute la considération possible

Monsieur

Berlin le 19^e Avril
1747.

Votre très humble & très obéissant
serviteur L. Euler



J. S. Vous m'avez écrit que $l+1 = \pm \pi x \sqrt{-1}$ et que $l-1 = \pm \pi a - 3 \pi x \sqrt{-1}$.
Vous dites également que parmi les logg. de -1 se trouve aussi 0 . Donc puisque
deux logarithmes de -1 ajoutés ensemble donnent $l+1$, les logg. de -1 seront non
seulement $\pm \pi x \sqrt{-1}$ mais aussi $\pm \pi a - 3 \pi x \sqrt{-1}$. D'après. Vous m'avez dit que $l \sqrt{-1}$
 $= \pm \frac{\pi a \pm 1}{2} \pi x \sqrt{-1}$ et que $l \sqrt{-1} = \pm \frac{\pi a \pm 1}{2} \pi x \sqrt{-1}$, mais que ces formules ne con-
tiennent pas tous les logg. de $\sqrt{-1}$ et de $-\sqrt{-1}$, et qu'il s'y trouve aussi 0
d'où lorsque $l \sqrt{-1} + l \sqrt{-1} = l+1$, la log. $+1$ comprendra aussi ces formules
 $\pm \frac{\pi a \pm 1}{2} \pi x \sqrt{-1}$. Je demande, si. Vous dites que $2 \pi a$ est aussi le logarithme
de plus haute puissance imaginaires de 1 . Vous serez alors obligé de dire
que les 2π logarithmes de $+1$ sont contenus dans cette formule $\pm \pi x \sqrt{-1}$
ou $\pm \pi a$, quelque quantité qu'on prenne pour a , depuis que $l+1$ deviendrait
entièrement indéterminé, conséquence qui me paraît suffisante pour détruire
votre objection. Or s'ensuit manifestement quand je dis que
 $l+1 = 0, \pm \pi x \sqrt{-1}, \pm \pi a \sqrt{-1}, \pm 2 \pi a \sqrt{-1}$, etc. $l \sqrt{-1} = \frac{\pi a \pm 1}{2} \pi x \sqrt{-1}, \pm \frac{\pi a \pm 1}{2} \pi x \sqrt{-1}, \pm \frac{\pi a \pm 1}{2} \pi x \sqrt{-1}$, etc.
 $l-1 = \pi x \sqrt{-1}, \pm 3 \pi x \sqrt{-1}, \pm 5 \pi x \sqrt{-1}, \pm 7 \pi x \sqrt{-1}$, etc. $l \sqrt{-1} = \frac{\pi a \pm 1}{2} \pi x \sqrt{-1}, \pm \frac{\pi a \pm 1}{2} \pi x \sqrt{-1}, \pm \frac{\pi a \pm 1}{2} \pi x \sqrt{-1}$, etc.
Vous fournissez la plus belle harmonie: car deux logg. quelconques de -1 ajoutés
ensemble produiront toujours un $l+1$; deux logg. de $\sqrt{-1}$ ajoutés ensemble donneront
toujours un $l-1$; de même que deux logg. de $-\sqrt{-1}$, et un $l \sqrt{-1}$ + un $l \sqrt{-1}$ donna-
ra toujours un $l+1$. Cette remarque seule me paraît suffisante pour Vous convaincre
de la vérité de mon sentiment, au lieu que si Vous faites le moindre changement
dans mes formules, Vous serez obligé de rendre les logarithmes de $+1$ tous à fait
indéterminés, et je Vous prie de jeter bien cet argument.