Dualgruppe (ohne Modulgesetz) aus a, b, c under der speciellen Annahme : b-c=c-a=a-b

Auteurs : Dedekind, Richard

En passant la souris sur une vignette, le titre de l'image apparaît.

2 Fichier(s)

Contributeur·ricesHaffner, Emmylou
ÉditeursEmmylou Haffner (Institut des textes et manuscrits modernes, CNRS-ENS) ; Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek, Göttingen ; projet EMAN (Thalim, CNRS-ENS-Sorbonne nouvelle).

Présentation

TitreDualgruppe (ohne Modulgesetz) aus a, b, c under der speciellen Annahme : b-c=c-a=a-b
Date1895-1900
Sujet

- Dualgruppen
- Modulgesetz
- sans Modulgesetz

CoteCod. Ms. Dedekind X 9, p. 2
Format1 f.
LangueAllemand

Description & Analyse

DescriptionDualgruppe (sans Modulgesetz) généré par a, b, c avec la condition spéciale Annahme : b-c=c-a=a-b.
Propriétés du Dualgruppe étudié.
Références à des lois numérotées mais lesquelles ? lois définissant les Dualgruppen ?
NotesAu dos d'une lettre, par dessus laquelle Dedekind écrit à nouveau.
Numéroté par les archives sur le verso.
Mode(s) d'écritureCalculs phase 2

Relations

Ce document n'a pas de relation indiquée avec un autre document du projet.

Mots-clefs

Dualgruppen, Modulgesetz, sans Modulgesetz
Notice créée par Emmylou Haffner Notice créée le 20/06/2018 Dernière modification le 17/09/2020

$a_1 = a - (b+c)$; $b_1 = b - (c+a)$, $c_1 = c - (a+b)$

$$a_2 = a_1 - (b_1+c_1) = a - (b+c) - \left\{\{b-(c+a)\} + \{c-(a+b)\}\right\}$$
$$= a - \left\{\{b-(c+a)\} + \{c-(a+b)\}\right\}$$

Gesetzt, es sei immer $a_2 = a_1$, also auch $b_2 = b_1$, $c_2 = c_1$, so ist

$$a_1 < b_1 + c_1 \;,\; b_1 < c_1 + a_1 \;,\; c_1 < a_1 + b_1$$

d. h.

$$b_1 + c_1 = c_1 + a_1 = a_1 + b_1 = a_1 + b_1 + c_1$$

Ersetzt man a durch $a+b$, so geht über

$a_1 = a - (b+c)$ in $(a+b) - (b+c)$

$b_1 = b - (c+a)$ in b

$c_1 = c - (a+b)$ in $c - (a+b)$

es wäre daher immer

$$b + \{c - (a+b)\} = \{c - (a+b)\} + \{(a+b) - (b+c)\} = \{(a+b) - (b+c)\} + b = \text{Summe}$$

also, wie $(a+b) - (b+c) > b$ ist, oder auch wie $c - (a+b) < (b+c) - (a+b)$ ist,

$$b + \{c - (a+b)\} = (a+b) - (b+c) \quad (\text{Monatsber. D. A. 169. S. 499. (8)})$$

$\{b-(c+a)\} + \{c-(a+b)\} =$
$\{c-(a+b)\} + \{a-(b+c)\} =$
$\{a-(b+c)\} + \{b-(c+a)\}$
Ersetzt man b durch $a+b$, c durch $c+a$ so geht a_1 über a
b_1 in $(a+b) - (c+a)$, c_1 in $(c+a) - (a+b)$ $\}$ = gibt Null.

Gesetzt es sei immer $a_3 = a_2 - (b_2 + c_2) = a_2$, so folgt

$$b_2 + c_2 = c_2 + a_2 = a_2 + b_2 = a_2 + b_2 + c_2$$

~~Ersetzt man a, b, c durch b-c, c-a, a-b, so geht~~ 2

~~$a_1 = a - (b+c)$ über in $(b-c) - \{(c-a)+(a-b)\}$~~

Ersetzt man a durch $a+b$, so geht über

a_1 in $(a+b) - (b+c)$	a_2 in $\{(a+b)-(b+c)\} - \{b + \{c-(a+b)\}\} = b + \{c - (a+b)\}$
b_1 " b	b_2 in $b - \{(a+b)-(b+c)\} = b$
c_1 " $c - (a+b)$	c_2 in $c - (a+b)$

~~allgemein richtig~~ dies ist erfüllt.

$$b + \{c - (a+b)\} = \{a+b$$

$$\{b_1 - (c_1+a_1)\} + \{c_1 - (a_1+b_1)\} = \{c_1 - (a_1+b_1)\} + \{a_1 - (b_1+c_1)\} = \{a_1 - (b_1+c_1)\} + \{b_1 - (c_1+a_1)\}$$

Ersetzt man a, b, c durch $a+(b-c)$, $b+(c-a)$, $c+(a-b)$, so gehen $b+c$, $c+a$, $a+b$ unverändert, und es geht über

a_1 in $\{a+(b-c)\} - (b+c) > \{a-(b+c)\} + (b-c)$

b_1 " $\{b+(c-a)\} - (c+a) > \{b-(c+a)\} + (c-a)$

c_1 " $\{c+(a-b)\} - (a+b) > \{c-(a+b)\} + (a-b)$

Aus der Annahme $a_2 = a_1$, d. h.

$$a - \{\{b-(c+a)\} + \{c-(a+b)\}\} = a - (b+c)$$

wird, wenn a durch $a+b$ ersetzt wird

$$(a+b) - \{b + \{c - (a+b)\}\} = (a+b) - (b+c)$$

b durch $u - v$, a " $u + v$ $\}$ gibt

$$(u-v) + \{c - (u+v)\} = (u+v) - \{c + (u-v)\}$$

Ersetzt man a durch $a+b$, b durch $a-b$, so geht

a_1 über in $(a+b) - \{(a-b)+c\}$	$b_1 + c_1$ in $(a-b) + \{c - (a+b)\}$
b_1 " " $(a-b) - (a+b+c) = a-b$	$c_1 + a_1$ in $a_1 = (a+b) - \{c + (a-b)\}$
c_1 " " $c - (a+b)$	$a_1 + b_1$ in $a_1 = (a+b) - \{c + (a-b)\}$

Dualgruppe (ohne Modulgesetz) aus a, b, c unter der speciellen Annahme: $b-c = c-a = a-b$

Aus (1), (2), (3), (4), (5) folgt dann

$$d_4 = a_3 = b_3 = c_3 = a_2 = b_2 = c_2 = d_1 = a_{12} = b_{12} = c_{12}$$

also aus (6) (7)

$$a' = a\ ,\ b' = b\ ,\ c' = c$$

$$a^0 = a_2 = a_1 = a - d^1\ ,\ b^0 = b_2 = b_1 = b - d^1\ ,\ c^0 = c_2 = c_1 = c - d^1$$

wo (6)

$$d^1 = a^2 - b^2 - c^2 = (b+c) - (c+a) - (a+b)$$

also

$$a_1 = a - (b+c)\ ,\ b_1 = b - (c+a)\ ,\ c_1 = c - (a+b)$$ wie immer

und

$$b_1 - c_1 = b - c = c_1 - a_1 = c - a = a_1 - b_1 = a - b = d_1$$

Versuch:

$$a_{n+1} = a_n - (b_n + c_n)\ ;\ b_{n+1} = b_n - (c_n + a_n)\ ;\ c_{n+1} = c_n - (a_n + b_n)\ ;\ n \geqq 0 \quad \Big|\ \text{ähnlich } a_0 = a,\ b_0 = b,\ c_0 = c$$

also

$$a_{n+1} < a_n\ ,\ b_{n+1} < b_n\ ,\ c_{n+1} < c_n \quad \Big|\ b_{n+1} - c_{n+1} = b_n - c_n\ ,\ c_{n+1} - a_{n+1} = c_n - a_n\ ,\ a_{n+1} - b_{n+1} = a_n - b_n$$

Es kann daher nur dann gleichzeitig $a_{n+1} = a_n$, $b_{n+1} = b_n$, $c_{n+1} = c_n$ werden, wenn $b_n + c_n > a_n$, $c_n + a_n > b_n$, $a_n + b_n > c_n$; also $b_n + c_n = c_n + a_n = a_n + b_n = a_n + b_n + c_n$; also müsste sein

$$\{b_{n+1} - (c_{n+1} + a_{n+1})\} + \{c_{n+1} - (a_{n+1} + b_{n+1})\} = \text{etc.}$$

Man setze allgemein $(n \geqq 0)$

$$p_n = b_n + c_n\ ,\ q_n = c_n + a_n\ ,\ r_n = a_n + b_n\ ;\ s_n = a_n + b_n + c_n$$

also

$$a_{n+1} = a_n - p_n\ ,\ b_{n+1} = b_n - q_n\ ,\ c_{n+1} = c_n - r_n \quad \Big|\ u_n > a_n\ ,\ v_n > b_n\ ,\ w_n > c_n$$

$$u_n = q_n - r_n\ ,\ v_n = r_n - p_n\ ,\ w_n = p_n - q_n$$

so ist $q_n > a_n$, $r_n > a_n$, also $u_n = q_n - r_n > a_n$, $v_n > b_n$, $w_n > c_n$, also $v_n + w_n > b_n + c_n = p_n$; und da andererseits $v_n < p_n$, $w_n < p_n$, also $v_n + w_n < p_n$, so folgt

$$p_n = v_n + w_n\ ,\ q_n = w_n + u_n\ ,\ r_n = u_n + v_n$$

$$p_n - q_n - r_n = u_n - v_n - w_n = t_n$$

$$a_{n+1} = a_n - t_n\ ,\ b_{n+1} = b_n - t_n\ ,\ c_{n+1} = c_n - t_n$$

$$a_1 = a - t\ ,\ b_1 = b - t\ ,\ c_1 = c - t\ ;\ t = (b+c) - (c+a) - (a+b)$$

$$a_2 = a_1 - t_1 = a - t - t_1 = a - t_1$$

$$a_{n+1} = a - t_n \quad \Big|\ t > t_1 > t_2 > t_3 > \cdots$$

Fichier issu d'une page EMAN : http://eman-archives.org/Dedekind/items/show/142?context=pdf