Calculs sur des modules finis 1

Auteurs : Dedekind, Richard

En passant la souris sur une vignette, le titre de l'image apparaît.

4 Fichier(s)

Contributeur·ricesHaffner, Emmylou
ÉditeursEmmylou Haffner (Institut des textes et manuscrits modernes, CNRS-ENS) ; Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek, Göttingen ; projet EMAN (Thalim, CNRS-ENS-Sorbonne nouvelle).

Présentation

TitreCalculs sur des modules finis 1
Date1893-1897
Sujet

- congruences
- modules
- modules finis
- théorie des nombres

CoteCod. Ms. Dedekind X 9, p. 15-16
Format1 f. ; 4 p.
LangueAllemand

Description & Analyse

DescriptionCalculs sur des modules finis.
Congruences, théorie des nombres.

Théorème page 16v : Soit un module dont la base a un élément
$[\alpha_1+\beta_1, \ldots, \alpha_m+\beta_m]=$ **o**=\sum$[\alpha_i+\beta_i]$=[**w**],
et soit
a =\sum $[\alpha_i]$,
b=\sum $[\beta_i]$,
c **w**=\sum $[\alpha_i\beta_{i'}-\alpha_{i'}\beta_i]$,
alors on peut trouver 2 modules dont la base a un élément, [α], [β] tels que
a=[α]+**c**
b=[β]+**c**

Preuve interrompue.

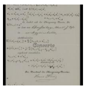
Le théorème suit-il des calculs ?
NotesÉcrit au dos d'une invitation pour un concert, le 25 février 1893. Borne inférieure pour la datation.

Mode(s) d'écritureCalculs phase 2
Auteur·es de la descriptionHaffner, Emmylou

Relations

Collection Cod. Ms. Dedekind X 9

Ce document *a les mêmes calculs que :*

 Calculs sur des modules finis 2

Afficher la visualisation des relations de la notice.

Mots-clefs

congruences, modules, modules finis, théorie des nombres
Notice créée par Emmylou Haffner Notice créée le 02/10/2018 Dernière modification le 17/09/2020

Braunschweig, den 19. Febr. 1893.

Es beehrt sich der Chorgesang-Verein, Sie

zu dem am 25. Febr.

im Saalbau

stattfindenden 15

Concerte

ergebenst einzuladen.

Hochachtungsvoll

Der Vorstand des Chorgesang-Vereins.

I. A.

CW Beest.

$$\alpha_r = a_r\omega + \beta_r \quad ; \quad [a_1, a_2 \ldots a_m] = \Sigma[a_r] = a$$

$$\Sigma a_r b_r = a \qquad \Sigma[\alpha_r] = \Sigma[a_r\omega + \beta_r] = \Sigma[a_r\omega + \beta_r] + [a\omega + \omega']$$

$$\Sigma b_r\beta_r = \omega' \qquad a_r\omega + \beta_r - \frac{a_r}{a}(a\omega + \omega')$$

$$= \beta_r \Sigma \frac{a_i}{a} b_i - \frac{a_r}{a}\Sigma b_i\beta_i$$

$$= \frac{1}{a}\Sigma(a_i\beta_r - a_r\beta_i)b_i = \frac{1}{a}\beta'_r = \beta_r - \frac{a_r}{a}\omega'$$

$$\left.\begin{array}{l}\beta'_r = a\beta_r - a_r\omega' \\ \beta'_s = a\beta_s - a_s\omega'\end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} a_r\beta'_s - a_s\beta'_r = a(a_r\beta_s - a_s\beta_r) \\ \frac{a_r}{a}\beta'_s - \frac{a_s}{a}\beta'_r = a_r\beta_s - a_s\beta_r\end{array}$$

$$\Sigma[\beta'_i] = \Sigma[a_i\beta_{i'} - a_{i'}\beta_i], \text{ weil } \frac{a_i}{a} \text{ und } b_i \text{ \underline{ganz}}$$

Also

$$\Sigma[\alpha_i] = [a\omega + \omega'] + \frac{1}{a}\Sigma[a_i\beta_{i'} - a_{i'}\beta_i]$$

$$a = \Sigma[\alpha_i] \quad ; \quad \alpha_r = a_r\omega + \beta_r \,.$$

$$\Sigma[a_i] = a \quad ; \quad \Sigma[a_i\beta_{i'} - a_{i'}\beta_i] = b = \Sigma[\beta'_i]$$

so ist

$$\alpha = [a\omega + \omega'] + \frac{1}{a}b \quad ; \quad a_r\omega' \equiv a\beta_r \pmod{b}$$

$$\frac{a_r}{a}\omega' \equiv \beta_r \pmod{\tfrac{1}{a}b}$$

$$a_r = \frac{\alpha_r - \beta_r}{\omega}$$

$$a_r\beta_s - a_s\beta_r = \frac{(\alpha_r - \beta_r)\beta_s - (\alpha_s - \beta_s)\beta_r}{\omega} = \frac{\alpha_r\beta_s - \alpha_s\beta_r}{\omega}$$

$$\cancel{\omega b} \quad \omega a b' = \Sigma[\alpha_r\beta_s - \alpha_s\beta_r] = b'\Sigma[\alpha_i - \beta_i]$$

$r = 1, 2 \ldots m$

$\alpha_r = a'_r\omega_1 + \alpha'_r$; $\alpha'_r = a''_r\omega_2 + \alpha''_r$ u.s.w.

$a = \sum[\alpha_r]$; alle $a'_r, a''_r \ldots$ rationale Zahlen

$a' = \sum[a'_r]$ von Null verschieden

$\sum^{r,s}[a'_r\alpha'_s - a'_s\alpha'_r] = a'\alpha_1$

so giebt es (mod. α_1) eine und nur eine Classe von Zahlen

ϱ_1, welche den Congruenzen

$$a'_r\varrho_1 \equiv a'\alpha'_r \quad (\mathrm{mod.}\ a'a_1)$$

d.h. $$\frac{a'_r}{a'}\varrho_1 \equiv \alpha'_r \quad (\mathrm{mod.}\ \alpha_1)$$

genügt, und wenn man nach Wahl irgend eine solche Zahl ϱ_1 gewählt ~~hat, und~~

$$\cancel{\alpha'_r = \frac{a'_r}{a'}\varrho_1 +} \quad = \alpha'_r - \frac{a'_r}{a'}\varrho_1$$

setzt, so ist

$$a = [a'\omega_1 + \varrho_1] + \alpha_1 \text{ und } \alpha_1 = \sum\left[\alpha'_r - \frac{a'_r}{a'}\varrho_1\right]$$ 16

Bezeichnung $\quad \alpha = \sum[\alpha_r]$

$\alpha_r = a_r\alpha + \beta_r$; $a_r = a_1, a_2, \ldots a_m$ rationale Zahlen, die nicht alle verschwinden

$[a] = \sum^r[a_r]$; $ab' = \sum^{r,s}[a_r\beta_s - a_s\beta_r] = \sum[a_r\alpha_s - a_s\alpha_r]$

so ist $$\alpha = [a\alpha + \alpha'] + b',$$

$a\alpha + \alpha' = \lambda$

$\alpha' = \lambda - a\alpha$

wo α' durch die Congruenzen

$$\frac{a_r}{a}\alpha' \equiv \beta_r \quad (\mathrm{mod.}\ b')$$

$\frac{a_r}{a}\lambda - a_r\alpha \equiv \beta_r$

bestimmt wird, und zugleich ist

$\frac{a_r}{a}\lambda \equiv \alpha_r \quad (\mathrm{mod.}\ b')$

$$b' = \sum^r\left[\beta_r - \frac{a_r}{a}\alpha'\right] = \sum\left[\alpha_r - \frac{a_r}{a}\lambda\right]$$

$\alpha = [\lambda] + b'$

$a_r\beta_s - a_s\beta_r = a_r(\alpha_s - a_s\alpha) - a_s(\alpha_r - a_r\alpha) = a_r\alpha_s - a_s\alpha_r$

Zugleich $$b = \sum^r[\beta_r] = [\mu] + b'$$

b' Multiplum von α und b, also von $\alpha - b$

Satz: Ist

$$[\alpha_1+\beta_1, \alpha_2+\beta_2 \ldots \alpha_n+\beta_n] = \sigma = \sum [\alpha_i+\beta_i] = [\omega]$$

ein eingliedriger Modul,

$$\mathfrak{a} = \sum [\alpha_i], \quad \mathfrak{b} = \sum [\beta_i], \quad \mathfrak{r}\omega = \sum [\alpha_i \beta_{i'} - \alpha_{i'} \beta_i],$$

so kann man zwei eingliedrige Moduln $[\alpha]$, $[\beta]$ so wählen, daß

$$\begin{cases} \mathfrak{a} = [\alpha] + \mathfrak{r} \\ \mathfrak{b} = [\beta] + \mathfrak{r} \end{cases}$$

wird.

Beweis: $\alpha_r + \beta_r = c_r \omega$; $\sum [c_i] = [1]$

$\sum c_i c_i' = 1$; $\sum [c_i'] = [1]$