Recherches autour des nombres de classes

Auteurs : Dedekind, Richard

En passant la souris sur une vignette, le titre de l'image apparaît.

4 Fichier(s)

Contributeur·ricesHaffner, Emmylou
ÉditeursEmmylou Haffner (Institut des textes et manuscrits modernes, CNRS-ENS) ; Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek, Göttingen ; projet EMAN (Thalim, CNRS-ENS-Sorbonne nouvelle).

Présentation

TitreRecherches autour des nombres de classes
Date188x-189x
Sujet

- dualité
- modules
- nombres de classes
- notation3
- trois modules

CoteCod. Ms. Dedekind X 10, p. 18-19
Format1 f. ; 4 p.
LangueAllemand

Description & Analyse

DescriptionPour trois modules a, b, c, calculs sur les nombres de classes
Mode(s) d'écriture

- Calculs
- Esquisse de rédaction ou preuve

Auteur·es de la descriptionHaffner, Emmylou

Relations

Collection Cod. Ms. Dedekind X 11-1

Ce document *utilise la même notation que :*

Théorie des trois modules, divisibilité.

Afficher la visualisation des relations de la notice.

Mots-clefs

dualité, modules, nombres de classes, notation3, trois modules
Notice créée par Emmylou Haffner Notice créée le 17/01/2019 Dernière modification le 17/09/2020

F. B. C. BECKER
gegründet 1698.
Fernsprecher: No. 161.

Braunschweig, Datum des Poststempels.

Ew. Hochwohlgeboren

beehre ich mich, mein grosses Lager in **Hemdenstoffen, leinenen Brusteinsätzen, Kragen** *und* **Manschetten** *in empfehlende Erinnerung zu bringen.*

Ganz besonders gestatte ich mir, auf die Anfertigung von

Herren-Hemden

in meinen Nähstuben, unter Leitung bewährter Kräfte, aufmerksam zu machen mit dem höflichen Bemerken, dass ich im Stande bin, auf Wunsch binnen 24 Stunden ein Probehemd zu liefern. — Für vorzüglichen Sitz und tadellose Arbeit übernehme ich bei billigsten Preisen und promptester Bedienung vollständige Garantie.

Mein Lager selbstgefertigter **Herren-Hemden,** *welche ich während der stillen Geschäftszeit ausser dem Hause nähen lasse, bietet in Bezug auf guten Sitz und aussergewöhnlich billige Preise Gelegenheit zu recht vortheilhaften Einkäufen.*

Es soll mich sehr freuen, bei eintretendem Bedarf mit Ihrem gütigen Auftrage betraut zu werden und empfehle ich mich Ihrem gütigen Wohlwollen.

Mit vorzüglicher Hochachtung ergebenst

F. B. C. Becker,
Inh.: C. Bührmann,
4 Eiermarkt 4.

$(\mathfrak{b},\mathfrak{a})(\mathfrak{a},\mathfrak{c}) = (\mathfrak{b},\mathfrak{c})\cdot haa_1 \quad = (\mathfrak{a}+\mathfrak{b},\mathfrak{a}-\mathfrak{c}) = (\mathfrak{c}''',\mathfrak{b}_3)$

$(\mathfrak{c},\mathfrak{a})(\mathfrak{a},\mathfrak{b}) = (\mathfrak{c},\mathfrak{b})\cdot haa_1 \quad = (\mathfrak{a}+\mathfrak{c},\mathfrak{a}-\mathfrak{b}) = (\mathfrak{b}''',\mathfrak{c}_3)$

Richtig

$a\,h\,a_1 = (\mathfrak{a}'',\mathfrak{d}')(\mathfrak{d}',\mathfrak{a}_0)(\mathfrak{a}_0,\mathfrak{a}_1) = (\mathfrak{a}'',\mathfrak{a}_1) = (\mathfrak{a}+\mathfrak{d}',\mathfrak{a}-\mathfrak{d}')$

$\qquad = (\mathfrak{a}',\mathfrak{a}_0)(\mathfrak{a}_0,\mathfrak{d}_1)(\mathfrak{d}_1,\mathfrak{a}_2) = (\mathfrak{a}',\mathfrak{a}_2) = (\mathfrak{a}+\mathfrak{d}_1,\mathfrak{a}-\mathfrak{d}_1)$

$a\,a_1 h = (\mathfrak{a}',\mathfrak{a}_0)(\mathfrak{a}_0,\mathfrak{a}_1)(\mathfrak{a}_1,\mathfrak{a}_2) = (\mathfrak{a}',\mathfrak{a}_2)$

$h\,a\,a_1 = (\mathfrak{a}'',\mathfrak{a}')(\mathfrak{a}',\mathfrak{a}_0)(\mathfrak{a}_0,\mathfrak{a}_1) = (\mathfrak{a}'',\mathfrak{a}_1)$

$h\,a_1 a = (\mathfrak{a}'',\mathfrak{a}')(\mathfrak{a}',\mathfrak{a})(\mathfrak{a},\mathfrak{a}_1) = (\mathfrak{a}'',\mathfrak{a}_1)$

$a_1 a h = (\mathfrak{a}',\mathfrak{a})(\mathfrak{a},\mathfrak{a}_1)(\mathfrak{a}_1,\mathfrak{a}_2) = (\mathfrak{a}',\mathfrak{a}_2)$

$\cancel{a_1 h a = (\mathfrak{a}',\mathfrak{a})}$

$$\left.\begin{array}{l}(\mathfrak{b},\mathfrak{a})(\mathfrak{a},\mathfrak{c}) = (\mathfrak{b},\mathfrak{c})\,u\\ (\mathfrak{c},\mathfrak{a})(\mathfrak{a},\mathfrak{b}) = (\mathfrak{c},\mathfrak{b})\,u\end{array}\right\}\ u = haa_1 = (\mathfrak{a}',\mathfrak{a}_2) = (\mathfrak{a}'',\mathfrak{a}_1)$$

$$\left.\begin{array}{l}(\mathfrak{c},\mathfrak{b})(\mathfrak{b},\mathfrak{a}) = (\mathfrak{c},\mathfrak{a})\,v\\ (\mathfrak{a},\mathfrak{b})(\mathfrak{b},\mathfrak{c}) = (\mathfrak{a},\mathfrak{c})\,v\end{array}\right\}\ v = hbb_1 = (\mathfrak{b}',\mathfrak{b}_2) = (\mathfrak{b}'',\mathfrak{b}_1)$$

$$\left.\begin{array}{l}(\mathfrak{a},\mathfrak{c})(\mathfrak{c},\mathfrak{b}) = (\mathfrak{a},\mathfrak{b})\,w\\ (\mathfrak{b},\mathfrak{c})(\mathfrak{c},\mathfrak{a}) = (\mathfrak{b},\mathfrak{a})\,w\end{array}\right\}\ w = hcc_1 = (\mathfrak{c}',\mathfrak{c}_2) = (\mathfrak{c}'',\mathfrak{c}_1)$$

10)

$\mathfrak{a}' = \mathfrak{a}+\mathfrak{d}_1 = \mathfrak{a}+(\mathfrak{b}-\mathfrak{c})+(\mathfrak{c}-\mathfrak{a})+(\mathfrak{a}-\mathfrak{b}) = \mathfrak{a}+(\mathfrak{b}-\mathfrak{c})$

$\mathfrak{a}'' = \mathfrak{a}+\mathfrak{d}' = \mathfrak{a}+\{(\mathfrak{b}+\mathfrak{c})-(\mathfrak{c}+\mathfrak{a})-(\mathfrak{a}+\mathfrak{b})\} = (\mathfrak{a}+\mathfrak{b})-(\mathfrak{c}+\mathfrak{a})$

$\mathfrak{a}_1 = \mathfrak{a}-\mathfrak{d}' = \mathfrak{a}-(\mathfrak{b}+\mathfrak{c})-(\mathfrak{c}+\mathfrak{a})-(\mathfrak{a}+\mathfrak{b}) = \mathfrak{a}-(\mathfrak{b}+\mathfrak{c})$

$\mathfrak{a}_2 = \mathfrak{a}-\mathfrak{d}_1 = \mathfrak{a}-\{(\mathfrak{b}-\mathfrak{c})+(\mathfrak{c}-\mathfrak{a})+(\mathfrak{a}-\mathfrak{b})\} = (\mathfrak{a}-\mathfrak{b})+(\mathfrak{c}-\mathfrak{a})$

$(\mathfrak{a}+\mathfrak{b},\mathfrak{c}-\mathfrak{a}) = (\mathfrak{b},\mathfrak{c})\big(\mathfrak{a}+(\mathfrak{b}-\mathfrak{c}),(\mathfrak{a}-\mathfrak{b})+(\mathfrak{c}-\mathfrak{a})\big)$

$\qquad = (\mathfrak{b},\mathfrak{c})\big((\mathfrak{a}+\mathfrak{b})-(\mathfrak{c}+\mathfrak{a}),\ \mathfrak{a}-(\mathfrak{b}+\mathfrak{c})\big)$

$(\mathfrak{a}+\mathfrak{b},\mathfrak{c}-\mathfrak{a}) = (\mathfrak{a}+\mathfrak{b},\mathfrak{a}+(\mathfrak{b}-\mathfrak{c}))\big(\mathfrak{a}+(\mathfrak{b}-\mathfrak{c}),(\mathfrak{a}-\mathfrak{b})+(\mathfrak{c}-\mathfrak{a})\big)\big((\mathfrak{a}-\mathfrak{b})+(\mathfrak{c}-\mathfrak{a}),(\mathfrak{c}-\mathfrak{a})\big)$

$\qquad = \big(\mathfrak{a}+\mathfrak{b},(\mathfrak{a}+\mathfrak{b})-(\mathfrak{c}+\mathfrak{a})\big)\big((\mathfrak{a}+\mathfrak{b})-(\mathfrak{c}+\mathfrak{a}),\mathfrak{a}-(\mathfrak{b}+\mathfrak{c})\big)\big(\mathfrak{a}-(\mathfrak{b}+\mathfrak{c}),\mathfrak{c}-\mathfrak{a}\big)$

$(\mathfrak{b},\mathfrak{c}) = (\mathfrak{a}+\mathfrak{b},\mathfrak{a}+(\mathfrak{b}-\mathfrak{c}))\big((\mathfrak{a}-\mathfrak{b})+(\mathfrak{c}-\mathfrak{a}),\mathfrak{c}-\mathfrak{a}\big)$

$\qquad = (\mathfrak{b},\mathfrak{a}+(\mathfrak{b}-\mathfrak{c}))(\mathfrak{a}-\mathfrak{b},\mathfrak{c}-\mathfrak{a}) = (\mathfrak{b},\mathfrak{a}+(\mathfrak{b}-\mathfrak{c}))(\mathfrak{a}-\mathfrak{b},\mathfrak{c})$

$\qquad = (\mathfrak{a}+\mathfrak{b},\mathfrak{c}+\mathfrak{a})(\mathfrak{a}-(\mathfrak{b}+\mathfrak{c}),\mathfrak{c}) = (\mathfrak{b},\mathfrak{c}+\mathfrak{a})(\mathfrak{a}-(\mathfrak{b}+\mathfrak{c}),\mathfrak{c})$

$\mathfrak{m}$ theilbar durch $\mathfrak{d}$, $\mathfrak{a}$ willkürlich, so ist

$(\mathfrak{m}+\mathfrak{a})-\mathfrak{d} = \mathfrak{m}+(\mathfrak{a}-\mathfrak{d})$ gleichbedeutend mit $\mathfrak{m}+\mathfrak{d}=\mathfrak{d}$

$(\mathfrak{a},\mathfrak{m}) = (\mathfrak{m}+\mathfrak{a},\mathfrak{m}) = (\mathfrak{m}+\mathfrak{a},\mathfrak{d})(\mathfrak{a}-\mathfrak{d},\mathfrak{m}) = \cancel{(\mathfrak{m}+\mathfrak{a},\mathfrak{d})}(\mathfrak{a},\mathfrak{d})(\mathfrak{a}-\mathfrak{d},\mathfrak{m})\ \mathfrak{m}-\mathfrak{d}=\mathfrak{m}$

$(\mathfrak{d},\mathfrak{a}) = (\mathfrak{d},\mathfrak{a}-\mathfrak{d}) = (\mathfrak{d},\mathfrak{m}+\mathfrak{a})(\mathfrak{m},\mathfrak{a}-\mathfrak{d}) = (\mathfrak{d},\mathfrak{m}+\mathfrak{a})(\mathfrak{m},\mathfrak{a})$

$(\mathfrak{b},\mathfrak{c}) = (\mathfrak{b},\mathfrak{b}-\mathfrak{c}) = (\mathfrak{b},(\mathfrak{a}-\mathfrak{b})+(\mathfrak{b}-\mathfrak{c}))((\mathfrak{a}-\mathfrak{b})+(\mathfrak{b}-\mathfrak{c}),\mathfrak{b}-\mathfrak{c})$

$\cancel{= (\mathfrak{b}+\mathfrak{c},\mathfrak{b}) = (\mathfrak{b}+\mathfrak{c},(\mathfrak{b}+\mathfrak{c})-(\mathfrak{a}+\mathfrak{b}))}((\mathfrak{b}+\mathfrak{c})-(\mathfrak{a}+\mathfrak{b}),\mathfrak{b})$

Daher also

$(\mathfrak{b},\mathfrak{c}) = (\mathfrak{a}-\mathfrak{b},\mathfrak{b}-\mathfrak{c})(\mathfrak{b},(\mathfrak{a}-\mathfrak{b})+(\mathfrak{b}-\mathfrak{c}))$

$= (\mathfrak{b}+\mathfrak{c},\mathfrak{a}+\mathfrak{b})((\mathfrak{a}+\mathfrak{b})-(\mathfrak{b}+\mathfrak{c}),\mathfrak{b})$

$(\mathfrak{a}-\mathfrak{b})+(\mathfrak{b}-\mathfrak{c}) = \mathfrak{b}-(\mathfrak{a}+(\mathfrak{b}-\mathfrak{c})) = \mathfrak{b}-(\mathfrak{c}+(\mathfrak{a}-\mathfrak{b}))$

Definitionen

$\mathfrak{d}'''' = \mathfrak{a}+\mathfrak{b}+\mathfrak{c}$; $\mathfrak{d}_4 = \mathfrak{a}-\mathfrak{b}-\mathfrak{c}$.

$\mathfrak{a}''' = \mathfrak{b}+\mathfrak{c}$; $\mathfrak{b}''' = \mathfrak{c}+\mathfrak{a}$; $\mathfrak{c}''' = \mathfrak{a}+\mathfrak{b}$; $\mathfrak{a}_3 = \mathfrak{b}-\mathfrak{c}$; $\mathfrak{b}_3 = \mathfrak{c}-\mathfrak{a}$; $\mathfrak{c}_3 = \mathfrak{a}-\mathfrak{b}$

$\mathfrak{d}' = \mathfrak{a}'''-\mathfrak{b}'''-\mathfrak{c}'''$; $\mathfrak{d}_1 = \mathfrak{a}_3+\mathfrak{b}_3+\mathfrak{c}_3$

$\mathfrak{a}'' = \mathfrak{b}'''-\mathfrak{c}'''$; $\mathfrak{b}'' = \mathfrak{c}'''-\mathfrak{a}'''$; $\mathfrak{c}'' = \mathfrak{a}'''-\mathfrak{b}'''$; $\mathfrak{a}_2 = \mathfrak{b}_3+\mathfrak{c}_3$; $\mathfrak{b}_2 = \mathfrak{c}_3+\mathfrak{a}_3$; $\mathfrak{c}_2 = \mathfrak{a}_3+\mathfrak{b}_3$

$\mathfrak{a}' = \mathfrak{a}+\mathfrak{a}_3$; $\mathfrak{b}' = \mathfrak{b}+\mathfrak{b}_3$; $\mathfrak{c}' = \mathfrak{c}+\mathfrak{c}_3$; $\mathfrak{a}_1 = \mathfrak{a}-\mathfrak{a}'''$; $\mathfrak{b}_1 = \mathfrak{b}-\mathfrak{b}'''$; $\mathfrak{c}_1 = \mathfrak{c}-\mathfrak{c}'''$

$\mathfrak{a}_0 = \mathfrak{a}_1+\mathfrak{a}_3 = \mathfrak{a}'-\mathfrak{a}'''$; $\mathfrak{b}_0 = \mathfrak{b}_1+\mathfrak{b}_3 = \mathfrak{b}'-\mathfrak{b}'''$; $\mathfrak{c}_0 = \mathfrak{c}_1+\mathfrak{c}_3 = \mathfrak{c}'-\mathfrak{c}'''$.

$\mathfrak{a}'''+\mathfrak{b}'''+\mathfrak{c}''' = \mathfrak{d}''''$; $\mathfrak{a}_3-\mathfrak{b}_3-\mathfrak{c}_3 = \mathfrak{d}_4$

$\mathfrak{a}''+\mathfrak{b}''+\mathfrak{c}'' = \mathfrak{d}''''$; $\mathfrak{a}_2-\mathfrak{b}_2-\mathfrak{c}_2 = \mathfrak{d}_4$

$\mathfrak{a}''-\mathfrak{b}''-\mathfrak{c}'' = \mathfrak{d}'$; $\mathfrak{a}_2+\mathfrak{b}_2+\mathfrak{c}_2 = \mathfrak{d}_1$

$\mathfrak{a}'+\mathfrak{b}'+\mathfrak{c}' = \mathfrak{d}''''$; $\mathfrak{a}_1-\mathfrak{b}_1-\mathfrak{c}_1 = \mathfrak{d}_4$

$\mathfrak{a}'-\mathfrak{b}'-\mathfrak{c}' = \mathfrak{d}_1$; $\mathfrak{a}_1+\mathfrak{b}_1+\mathfrak{c}_1 = \mathfrak{d}'$

$\mathfrak{a}_0+\mathfrak{b}_0+\mathfrak{c}_0 = \mathfrak{d}'$; $\mathfrak{a}_0-\mathfrak{b}_0-\mathfrak{c}_0 = \mathfrak{d}_1$

$(\mathfrak{b},\mathfrak{c}) = (\mathfrak{b},\mathfrak{a}_3) = (\mathfrak{b},\mathfrak{c}_3+\mathfrak{a}_3)(\mathfrak{c}_3+\mathfrak{a}_3,\mathfrak{a}_3)$

$= (\mathfrak{b},\mathfrak{b}_2)(\mathfrak{c}_3,\mathfrak{a}_3)$

$= (\mathfrak{b},\mathfrak{b}_2)(\mathfrak{c}_3,\mathfrak{c}_2-\mathfrak{a}_3)$

$= (\mathfrak{b},\mathfrak{b}_2)(\mathfrak{c}_3,\mathfrak{c}_3-\mathfrak{c})$

$= (\mathfrak{b},\mathfrak{b}_2)(\mathfrak{c}_3,\mathfrak{c})$

Daher auch

$= (\mathfrak{b},\mathfrak{b}''')(\mathfrak{c}'',\mathfrak{c})$

$(\mathfrak{b},\mathfrak{c}) = (\mathfrak{a}''',\mathfrak{c}) = (\mathfrak{a}''',\mathfrak{a}'''-\mathfrak{b}''')(\mathfrak{a}'''-\mathfrak{b}''',\mathfrak{c}) = (\mathfrak{a}''',\mathfrak{b}''')(\mathfrak{c}'',\mathfrak{c})$

Ist m theilbar durch ϑ, also $m + \vartheta = \vartheta$, $m - \vartheta = m$, und a beliebig, so ist

~~$(a, m) = (m+a, m) = (m+a$~~

$$(a, m) = (a, a - m) = (a, a - \vartheta)(a - \vartheta, a - m) \quad (\mathrm{I})$$
$$= (a, \vartheta)(a - \vartheta, m)$$

$$(\vartheta, a) = (a + \vartheta, a) = (a + \vartheta, a + m)(a + m, a) \quad (\mathrm{II})$$
$$= (\vartheta, a + m)(m, a)$$

Z. B. $m = b$; $\vartheta = b + r$ giebt

$$(a, b) = (a, b + r)(a - (b + r), b) \quad (\mathrm{I})$$

und

$m = b - r$, $\vartheta = b$ giebt

$$(b, a) = (b, a + (b - r))(b - r, a) \quad (\mathrm{II})$$

Durch Vertauschung von a, b:

$$(a, b) = (a, b + r)(a - (b + r), b) = (a, b + (r - a))(r - a, b)$$ 72

Setzt man ferner $m = b + (r - a)$, $\vartheta = b + r$ in I, so folgt

$$(a, b + (r - a)) = (a, b + r)(a - (b + r), b + (r - a)) \quad (\mathrm{I})$$

und setzt man

$m = r - a$, $\vartheta = a - (b + r)$ in II, so folgt
$a = b$

$$(a - (b + r), b) = (a - (b + r), b + (r - a))(r - a, b) \quad \mathrm{II}$$

$$(a, b) = (a, b + r)(a - (b + r), b + (r - a))(r - a, b)$$

Am Einfachsten doch

$$(a, b) = (a, a - b) = (a, (r - a) + (a - b))((r - a) + (a - b), a - b)$$
$$= (a, (r - a) + (a - b))(r - a, a - b)$$
$$= (a, (r - a) + (a - b))(r - a, b)$$
$$= (a, a_2)(b_2, b)$$

$$\left.\begin{array}{l}(a, r) = (a, a_2)(r_2, r) \\ (r, b) = (r, r_2)(b_2, b)\end{array}\right\} \quad (a, r)(r, b) = (a, b)(r_2, r)(r, r_2)$$

$$(b, r)(r, a) = (b, a)(r_2, r)(r, r_2)$$

$$(b, r)(r, a)(a, b) = (b, a)(a, r)(r, b)$$