La divisibilité d'un module m par un module n sera complètement exprimée par chacune de ces 3 égalités

Auteurs : Dedekind, Richard

En passant la souris sur une vignette, le titre de l'image apparaît.

4 Fichier(s)

Contributeur·ricesHaffner, Emmylou
ÉditeursEmmylou Haffner (Institut des textes et manuscrits modernes, CNRS-ENS) ; Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek, Göttingen ; projet EMAN (Thalim, CNRS-ENS-Sorbonne nouvelle).

Présentation

TitreLa divisibilité d'un module m par un module n sera complètement exprimée par chacune de ces 3 égalités
Date189x
Sujet

- divisibilité
- dualité
- Modulgesetz
- nombre de classes
- notation1

CoteCod. Ms. Dedekind X 10, p. 28-29
Format1 p. ; 4 f.
LangueAllemand

Description & Analyse

DescriptionPage 28r : liste de modules finis avec notation 123 (?)

Page 28v :
La divisibilité d'un module m par un module n sera complètement exprimée par chacune de ces 3 égalités : (m,n)=1 ; m+n=n ; m–n=n.
Tableau montrant la dualité entre les propriétés de + et –.

Page 29r :
Propriétés des nombres de classes par à la divisibilité.

Page 29v :
Suite du recto.

Fichier issu d'une page EMAN : http://eman-archives.org/Dedekind/items/show/248?context=pdf

Mode(s) d'écritureEsquisse de rédaction ou preuve
Auteur·es de la descriptionHaffner, Emmylou

Relations

Collection Cod. Ms. Dedekind III 14

Ce document *utilise la même notation que :*

Plan détaillé d'une version antérieure de l'article de 1897

Afficher la visualisation des relations de la notice.

Mots-clefs

divisibilité, dualité, Modulgesetz, nombre de classes, notation1
Notice créée par Emmylou Haffner Notice créée le 07/02/2019 Dernière modification le 21/07/2021

Fichier issu d'une page EMAN : http://eman-archives.org/Dedekind/items/show/248?context=pdf

$\mathfrak{o}'''' = [1, \omega]$

$a''' = 1 = [1, 2\omega]$, $b''' = 2 = [2, \omega]$, $c''' = 3 = [2, 1+\omega]$

$11 = [1, 4\omega]$; $12 = [2, 2\omega]$; $13 = [2, 1+2\omega]$

$21 = [2, 2\omega] = 12$; $22 = [4, \omega]$; $23 = [4, 2+\omega]$

$31 = [2, 2\omega] = 21 = 12$; $32 = [4, 1+\omega]$; $33 = [4, 3+\omega]$

$111 = [1, 8\omega]$; $112 = [2, 4\omega]$; $113 = [2, 1+4\omega]$

$121 = [2, 4\omega] = 112$; $122 = [4, 2\omega]$; $123 = [4, 2+2\omega]$

$131 = [2, 4\omega] = 112$; $132 = [4, 1+2\omega]$; $133 = [4, 3+2\omega]$

$221 = [4, 2\omega] = 122$; $222 = [8, \omega]$; $223 = [8, 4+\omega]$

$231 = [4, 2\omega] = 122$; $232 = [8, 2+\omega]$; $233 = [8, 6+\omega]$

$321 = [4, 2+2\omega] = 123$; $322 = [8, 1+\omega]$; $323 = [8, 5+\omega]$

$331 = [4, 2+2\omega] = 123$; $332 = [8, 3+\omega]$; $333 = [8, 7+\omega]$

$1111 = [1, 16\omega]$; $1112 = [2, 8\omega]$; $1113 = [2, 1+8\omega]$

$1121 = [2, 8\omega] = 1112$; $1122 = [4, 4\omega]$; $1123 = [4, 2+4\omega]$

$1131 = [2, 8\omega] = 1112$; $1132 = [4, 1+4\omega]$; $1133 = [4, 3+4\omega]$ ic

$1221 = [4, 4\omega] = 1122$; $1222 = [8, 2\omega]$; $1223 = [8, 4+2\omega]$

$1231 = [4, 4\omega] = 1122$; $1232 = [8, 2+2\omega]$; $1233 = [8, 6+2\omega]$

$1321 = [4, 2+4\omega] = 1123$; $1322 = [8, 1+2\omega]$; $1323 = [8, 5+2\omega]$

$1331 = [4, 2+4\omega] = 1123$; $1332 = [8, 3+2\omega]$; $1333 = [8, 7+2\omega]$

$2221 = [8, 2\omega] = 1222$; $2222 = [16, \omega]$; $2223 = [16, 8+\omega]$

$2231 = [8, 2\omega] = 1222$; $2232 = [16, 4+\omega]$; $2233 = [16, 12+\omega]$

$2321 = [8, 4+2\omega] = 1223$; $2322 = [16, 2+\omega]$; $2323 = [16, 10+\omega]$

$2331 = [8, 4+2\omega] = 1223$; $2332 = [16, 6+\omega]$; $2333 = [16, 14+\omega]$

$3221 = [8, 2+2\omega] = 1232$; $3222 = [16, 1+\omega]$; $3223 = [16, 9+\omega]$

$3231 = [8, 2+2\omega] = 1232$; $3232 = [16, 5+\omega]$; $3233 = [16, 13+\omega]$

$3321 = [8, 6+2\omega] = 1233$; $3322 = [16, 3+\omega]$; $3323 = [16, 11+\omega]$

$3331 = [8, 6+2\omega] = 1233$; $3332 = [16, 7+\omega]$; $3333 = [16, 15+\omega]$

Die Theilbarkeit des Moduls $\mathfrak{m}$ durch den Modul $\mathfrak{n}$ [illegible]

$$(\mathfrak{m}, \mathfrak{n}) = 1 \;;\; \mathfrak{m} + \mathfrak{n} = \mathfrak{n} \;;\; \mathfrak{m} - \mathfrak{n} = \mathfrak{m}$$

Sätze

$\mathfrak{a} + \mathfrak{a} = \mathfrak{a}$	$\mathfrak{a} - \mathfrak{a} = \mathfrak{a}$
$\mathfrak{a} + \mathfrak{b} = \mathfrak{b} + \mathfrak{a}$	$\mathfrak{a} - \mathfrak{b} = \mathfrak{b} - \mathfrak{a}$
$(\mathfrak{a} + \mathfrak{b}) + \mathfrak{c} = \mathfrak{a} + (\mathfrak{b} + \mathfrak{c})$	$(\mathfrak{a} - \mathfrak{b}) - \mathfrak{c} = \mathfrak{a} - (\mathfrak{b} - \mathfrak{c})$
Aus $\mathfrak{a} + \mathfrak{d} = \mathfrak{d}$, $\mathfrak{b} + \mathfrak{d} = \mathfrak{d}$ folgt $(\mathfrak{a} + \mathfrak{b}) + \mathfrak{d} = \mathfrak{d}$	Aus $\mathfrak{a} - \mathfrak{m} = \mathfrak{m}$, $\mathfrak{b} - \mathfrak{m} = \mathfrak{m}$ folgt $(\mathfrak{a} - \mathfrak{b}) - \mathfrak{m} = \mathfrak{m}$

Anders ausgedrückt

Aus $(\mathfrak{a}, \mathfrak{d}) = (\mathfrak{b}, \mathfrak{d}) = 1$ folgt $(\mathfrak{a} + \mathfrak{b}, \mathfrak{d}) = 1$	Aus $(\mathfrak{m}, \mathfrak{a}) = (\mathfrak{m}, \mathfrak{b}) = 1$ folgt $(\mathfrak{m}, \mathfrak{a} - \mathfrak{b}) = 1$
$(\mathfrak{a} + \mathfrak{b}) - \mathfrak{a} = \mathfrak{a}$	$(\mathfrak{a} - \mathfrak{b}) + \mathfrak{a} = \mathfrak{a}$

Fichier issu d'une page EMAN : http://eman-archives.org/Dedekind/items/show/248?context=pdf

wird vollständig ausgedrückt durch jede der drei Gleichungen

Aus $(m, n) = (n, y) = 1$

folgt $(y, m) = (y, n)(n, m)$

und $(m, y) = 1$

$(a, b) = (a+b, b) = (a, a-b)$

$(a, a+b) = 1 \; ; (a-b, a) = 1$

Aus $(m, n) = 1$

folgt $(m+a) - n = m + (a-n)$

Beweis. Man setze

$$y = (m+a) - n \quad ; \quad y = m + (a-n)$$

so ist 29

$$y - m = ((m+a) - n) - m = (m - (m+a)) - n$$
$$= m - n = n$$

$$y - (a-n) = ((m+a) - n) - (a-n) = (m+a) - (n - (a-n))$$
$$= (m+a) - (a-n) = ((m+a) - a) - n = a - n$$

oder also

$$y + m = y \; ; \; y + (a-n) = y$$

mithin durch Addition

$$y + q = y \quad , \text{ oder } (q, y) = 1 .$$

Dieser erste Theil kürzer (?)

$$q + (m+a) = (m+a) + m + (a-n) = m + a + (a-n)$$
$$= m + a$$

$$q + n = m + (a-n) + n = m + n = n$$

Oder

$$q - (m+a) = q - n = q$$

also auch

$$q - y = q$$

Fichier issu d'une page EMAN : http://eman-archives.org/Dedekind/items/show/248?context=pdf

1) $(a, b) = (a+b, b) = (c''', b)$

2) Weil b'' Multiplum von c''' und Theiler von b ist,

so ist

$(c''', b) = (c''', b'')(b'', b)$

3) $(c''', b'') = (c''', c''' - a'') = (c''', a''')$

$$\begin{aligned} a''' &= b + c \\ b''' &= c + a \\ c''' &= a + b \\ \hline a'' &= b''' - c''' \\ b'' &= c''' - a''' \\ c'' &= a''' - b''' \end{aligned}$$

4) $(c''', a''') = (a+b, b+c) = (a+b+c, b+c) = (a, b+c)$
$= (a, a''')$

Folglich

$(a, b) = (a, a''')(b'', b)\ ;\ (b, a) = (b, b''')(a'', a)$

$(b, c) = (b, b''')(c'', c)\ ;\ (c, b) = (c, c''')(b'', b)$

$(c, a) = (c, c''')(a'', a)\ ;\ (a, c) = (a, a''')(c'', c)$

also auch

$(b, c)(c, a)(a, b) = (c, b)(a, c)(b, a)$

$= (a, a''')(b, b''')(c, c''')(a'', a)(b'', b)(c'', c)$

Der Satz 2) heißt, wenn m durch u, und u durch y theilbar ist

d. h. wenn $m + u = u\ ,\ u + y = y$

oder $m - u = m\ ,\ u - y = u$

so ist

$(y, m) = (y, u)(u, m)$

Ohne Bedingungen: immer ist

$(a+b+c, a+b)(a+b, a) = (a+b+c, a)$

$(c, c''')(b, a) = (a''', a)$

$c''' - b'' = c''' - (c''' - a''') = c''' - c''' - a''' = c''' - a''' = b''$

$b'' - b = (c''' - a''') - b = c''' - (a''' - b) = c''' - b = b$

$(c''', c''' - a''')(c''' - a''', c''' - a''' - b) = (c''', c''' - a''' - b)$

~~[illegible]~~ weil $a''' - b = (b + c) - b = b$

$c''' - b = (a + b) - b = b$

Fichier issu d'une page EMAN : http://eman-archives.org/Dedekind/items/show/248?context=pdf