

Exemple pour la théorie générale des trois modules

Auteurs : Dedekind, Richard

En passant la souris sur une vignette, le titre de l'image apparaît.

2 Fichier(s)

Contributeur·rices Haffner, Emmylou

Éditeurs Emmylou Haffner (Institut des textes et manuscrits modernes, CNRS-ENS) ; Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek, Göttingen ; projet EMAN (Thalim, CNRS-ENS-Sorbonne nouvelle).

Présentation

Titre Exemple pour la théorie générale des trois modules

Date 188x

Sujet

- modules finis
- notation1
- trois modules

Cote Cod. Ms. Dedekind X 11-2, p. 16

Langue Allemand

Description & Analyse

Description Au dessus du titre original : "Ancienne notation".

Mise au propre de calculs rencontrés de nombres fois (cf relations).

Notes Au dos d'une lettre de Sommer datée du 28 mai 1879.

Mode(s) d'écriture

- Calculs phase 1
- Calculs phase 2

Relations

Collection Cod. Ms. Dedekind III 14

Ce document *utilise la même notation que* :



[Plan détaillé d'une version antérieure de l'article de 1897](#)

[Afficher la visualisation des relations de la notice.](#)

Mots-clefs

[modules finis](#), [notation1](#), [trois modules](#)

Notice créée par [Emmylou Haffner](#) Notice créée le 07/02/2019 Dernière modification le 21/07/2021

Beispiel zur allgemeinen Theorie der drei Moduln

1. Annahme: $S = \alpha + b\omega + c\omega^2 = [1, \omega]$

$$\begin{aligned} \alpha' = b + c\omega &= [p, p_1 + p_2\omega] & \beta' = c + a\omega &= [q, q_1 + q_2\omega] \\ \beta' = c + a\omega &= [q, q_1 + q_2\omega] & \gamma' = a + b\omega &= [r, r_1 + r_2\omega] \\ \gamma' = a + b\omega &= [r, r_1 + r_2\omega] & \alpha'' = b' - r' &= [\frac{p_1}{p}, p'(p' + q_2\omega)] \\ \alpha'' = b' - r' &= [\frac{p_1}{p}, p'(p' + q_2\omega)] & \beta'' = r' - \alpha' &= [\frac{q_1}{q}, q'(q' + r_2\omega)] \\ \beta'' = r' - \alpha' &= [\frac{q_1}{q}, q'(q' + r_2\omega)] & \gamma'' = \alpha' - \beta' &= [\frac{p_1}{p}, p'(p' + q_2\omega)] \end{aligned}$$

gültig ist

$$\left. \begin{aligned} (S, \alpha') = (\alpha', r') = (r', \beta'') = a &= pp_1 \\ (S, \beta') = (\beta', \alpha'') = (\alpha'', r') = b &= qq_1 \\ (S, \gamma') = (\gamma', \beta'') = (\beta'', \alpha'') = c &= rr_1 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} [p', q_1r_1 - q_2q_2] &= [1] \\ [q', r_1p_1 - p_2p_2] &= [1] \\ [r', p_1q_1 - q_2p_2] &= [1] \end{aligned}$$

Einfachheitssatz: ω irrational.

Annahme: a, b, c relative Primzahlen > 1 $\left[\begin{matrix} a_1, b_1, c_1 \text{ teilerfremd, } a_1 \neq 1 \\ a_2, b_2, c_2 \text{ relative Primzahlen } > 1 \end{matrix} \right] \begin{matrix} a, b, c, a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2 \text{ teilerfremd} \end{matrix}$
 h relative Primzahl zu $(bb_1 - cc_1)(cc_1 - aa_1)(aa_1 - bb_1)$ und > 1

$$\alpha = [ha_1, a_1 + b_1\omega], \beta = [hb_1, b_1 + c_1\omega], \gamma = [hc_1, c_1 + a_1\omega]$$

Dann ist

$$\begin{aligned} \alpha' = b + c\omega &= [1, a_1\omega], \beta' = r + a\omega = [1, b_1\omega], \gamma' = a + b\omega = [1, c_1\omega], S = \alpha + \beta + \gamma = [1, \omega] \\ \alpha'' = b' - r' &= [1, c_1\omega], \beta'' = r' - \alpha' = [1, a_1\omega], \gamma'' = \alpha' - \beta' = [1, b_1\omega], m' = \alpha' - \beta' - \gamma' = [1, abc\omega] \end{aligned}$$

Bestimmt man ferner h durch die Kongruenzen

$$h \equiv aa_1 \pmod{a_1}, h \equiv bb_1 \pmod{b_1}, h \equiv cc_1 \pmod{c_1},$$

so wird

$$\alpha_1 = b - r = h[h_1c_1, k + abc\omega], \beta_1 = r - \alpha = h[c_1a_1, k + abc\omega], \gamma_1 = \alpha - \beta = h[a_1b_1, k + abc\omega]$$

$$m = \alpha - \beta - \gamma = h[a_1b_1c_1, k + abc\omega]$$

$$\beta_1 = \alpha_1 + \gamma_1 = h[1, abc\omega] = h m'$$

ferner

$$\alpha'' = \alpha + \beta_1 = [h, a_1 + b_1\omega], \beta'' = \beta + \beta_1 = [h, b_1 + c_1\omega], \gamma'' = \gamma + \beta_1 = [h, c_1 + a_1\omega]$$

$$\alpha_2 = \alpha - m' = [ha_1, a_1(a_1 + b_1\omega)], \beta_2 = \beta - m' = [hb_1, b_1(b_1 + c_1\omega)], \gamma_2 = \gamma - m' = [hc_1, c_1(c_1 + a_1\omega)]$$

$$\alpha_2 = \beta_1 + \gamma_1 = h[a_1, k + abc\omega], \beta_2 = \gamma_1 + \alpha_1 = h[b_1, k + abc\omega], \gamma_2 = \alpha_1 + \beta_1 = h[c_1, k + abc\omega]$$

$$\alpha'' = \alpha_2 + \beta_1 = [h, a_1(a_1 + b_1\omega)], \beta'' = \beta_2 + \gamma_1 = [h, b_1(b_1 + c_1\omega)], \gamma'' = \gamma_2 + \alpha_1 = [h, c_1(c_1 + a_1\omega)]$$

Zahlenbeispiele

$$a = 2, b = 2, c = 5, a_1 = b_1 = c_1 = 1, h = 5, k = 0$$

$$\alpha = [10, 1 + 5\omega], \beta = [15, 1 + 10\omega], \gamma = [25, 1 + 5\omega]$$

