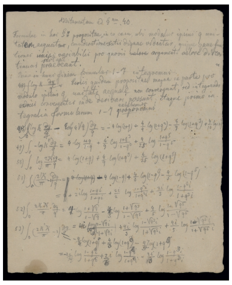
AccueilRevenir à l'accueilItemXXVII - Fragmente über die Grenzfälle der elliptischen Modulfunctionen - Originaux de RiemannFichierOriginaux de Riemann

Originaux de Riemann

Originaux de Riemann
Auteurs : Bernhard Riemann ; Bernhard Riemann



Informations sur cette page

Date

- 1852
- 1852

LangueAllemand
ÉditeurEmmylou Haffner (Institut des textes et manuscrits modernes, CNRS-ENS) ; Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek, Göttingen ; projet EMAN (Thalim, CNRS-ENS-Sorbonne nouvelle).

Mots-clésfonctions elliptiques

Informations sur le fichier

Nom original : XXVII - Originaux de Riemann_Page_01.jpg
Lien vers le fichier
Extension : image/jpeg
Poids : 1.91 Mo
Dimensions : 1416 x 1728 px

Test LaTeX

Description[latex]
\title{ }
\author{ }
\begin{document}
%\sout dans le texte et \stkout dans le latex
%Transcription brouillon Fragments
%Version sans \doute => temporaire

\allowdisplaybreaks

[Page 11r] Titre : Additamentum ad §^{um} 40.

Formulae in hoc propositae in eo casu, ubi modulus ipsius q unitatem aequat\sout{ur}, consideratione satis dignae videntur, quippe quae functiones unius variabilis pro quovis \sout{valore} argumenti valore discontinuas praebeant. [Au dessus de praebant : sistant]

\sout{Primo in {hunc (mais y a un point comme un i?)} finem formulas 1-7 integramus}

$\stkout{48) \, \int\log{k}\frac{\frak dq}{q}=}$

Series quidem propositae magna ex parte pro modulo ipsius q unitati aequale non convergunt, sed integrando series convergentes inde derivari possunt; itaque primo integralia formularum 1-7 proponamus [Au dessus de proponamus : exhibemus]

\begin{align*}
&48) \int_0(\log k\frac{\stkout{\frak dq}}{\stkout{q}}-\log 4\sqrt q)\frac{\frak dq}{q}=-4\log{(1+q)}+\frac{4}{4}\log{(1+q^2)}-\frac{4}{9}\log{(1+q^3)}+\frac{4}{16}\log{(1+q^4)}\\
&49) \int_0 \log k'\frac{\frak dq}{q}= 4 \log{\frac{1+q}{1-q}}+\frac{4}{9}\log{\frac{1+q^3}{1-q^3}}+\frac{4}{25}\log{\frac{1+q^5}{1-q^5}}\\
&50) \int_0\log\frac{2K}{\pi}\frac{\frak dq}{q}= 4\log{(1+q)}+\frac{4}{9}\log{(1+q^3)}+\frac{4}{25}\log{(1+q^5)}\end{align*}
\vspace{-0.7cm}
\begin{align*}
51)\int_0\left(\frac{2K}{\pi}-1\right)\frac{\frak dq}{q}=&\mbox{rature illisible }\stkout{4\log{(1+q)}}-4\log{(1-q)}+\frac{4}{3}\log{(1-q^3)}-\frac{4}{5}\log{(1-q^5)}\\
& \mbox{rature illisible } + 2i\log{\frac{1-qi}{1+qi}}+\frac{2i}{2}\log{\frac{1-q^2i}{1+q^2i}}+\frac{2i}{3}\log{\frac{1-q^3i}{1+q^3i}}
\end{align*}
Note 51 : le premier $-$ est corrigé
\begin{align*}
52)\int_0\left(\frac{2kK}{\pi}\right)\frac{\frak dq}{q}=&4 \log{\frac{1+\sqrt q}{1-\sqrt q}}-\frac{4}{3}\log{\frac{1+\sqrt{q^3}}{1-\sqrt{q^3}}}+\frac{4}{5}\log{\frac{1+\sqrt{q^5}}{1-\sqrt{q^5}}}\\
&4i\log{\frac{1+\sqrt qi}{1-\sqrt qi}}+\frac{4i}{3}\log{\frac{1+\sqrt q^3i}{1-\sqrt q^3i}}+\frac{4i}{5}\log{\frac{1+\sqrt q^5i}{1-\sqrt q^5i}}
\end{align*}
Note 52 : 2e ligne ajouté après avoir commencé à écrire 53 + ratures sur le 1e terme et le $-$ du dernier terme.
\begin{align*}
53)\int_0\left(\frac{2\sqrt k'K}{\pi}-1\right)\frac{\frak dq}{q}=&-4

\log{(1+q)}+\frac{4}{3}\log{(1+q^3)}-\frac{4}{5}\log{(1+q^5)}\\
&-\frac{2i}{\stkout{2}}\log{\frac{1-qi}{1+qi}}+\frac{2i}{2}\log{\frac{1-q^2i}{1+q^2i}}-\frac{2i}{3}\log{\frac{1-q^3i}{1+q^3i}}
\end{align*}
Note 53 : les dénominateurs de la 2e ligne sont raturés et illisibles. On indique les dénominateurs de la version publiée à défaut de pouvoir clairement déchiffrer mais on semble avoir 2i/6 et 2i/10. Les exposants également raturés (ie corrigés) mais lisibles.

[Page 11v]
\begin{align*}
54)\int_0\left(\frac{2\sqrt k'K}{\pi}-1\right)\frac{\frak dq}{q}=&-\frac{4}{2}
\log{(1+q^2)}+\frac{4}{6}\log{(1+q^6)}-\frac{4}{10}\log{(1+q^{10})}\\
&-\frac{2i}{2}\log{\frac{1-q^2i}{1+q^2i}}+\frac{2i}{4}\log{\frac{1-q^4i}{1+q^4i}}-\frac{2i}{6}\log{\frac{1-q^6i}{1+q^6i}}+\frac{2i}{8}\log{\frac{1-q^8i}{1+q^8i}}
\end{align*}
Note 54 : premier terme raturé (corrigé)\\
ubi logarithmos ita sumendos esse manifestum est, ut evanescant posito $q = 0$.

Functiones eaeclem ad dignitates ipsius q evolutae \sout{{h???} {seriestus} exprimum}
adhibitis Cl$^{\mbox{i}}$
Jacobi denotationibus hoc modo repraesentantur

\begin{align*}
& 55)\, \int_0 (\log k - \log 4\sqrt q)\frac{\frak dq}{q}=-4\sum \frac{\varphi p}{p^2}(q^p-\frac{3}{4}q^{2p}-\frac{3}{16}q^{4p}-\frac{3}{64}q^{8p}-\frac{3}{256}q^{16p}-\ldots)\\
& 56)\, \int_0 -\log k' \frac{\frak dq}{q}=8\sum \frac{\varphi p}{p^2}q^p\\
& 57) \, \int_0\log\frac{2K}{\pi} \frac{\frak dq}{q}=4\sum\frac{\varphi p}{p^2}(q^p-\frac{1}{2}q^{2p}-\frac{1}{4}q^{4p}-\frac{1}{8}q^{8p}-\frac{1}{16}q^{16p}-\ldots)\\
& 58) \, \int_0\left(\frac{2K}{\pi}-1\right)\frac{\frak dq}{q}=4\sum\frac{\psi(n)q^{2l(4m-1)^2n}}{2l(4m-1)^2n}\\
& 59)\, \int_0\left(\frac{2kK}{\pi}\right)\frac{\frak dq}{q}=8\sum\frac{\psi(n)q^{\frac{(4m-1)^2n}{2}}}{(4m-1)^2n}\\
& 60)\, \int_0\left(\frac{2k'K}{\pi}-1\right)\frac{\frak dq}{q}=-4\sum\frac{\psi(n)q^{(4m-1)^2n}}{(4m-1)^2n}+4\frac{\psi(n)q^{2^{l+1}(4m-1)^2n}}{2^{l+1}(4m-1)^2n}\\
& 61)\, \int_0\left(\frac{2\sqrt k'K}{\pi}-1\right)\frac{\frak dq}{q}=-4\sum\frac{\psi(n)q^{2(4m-1)^2n}}{2(4m-1)^2n}+4\frac{\psi nq^{2^{l+2}(4m-1)^2n}}{2^{l+2}(4m-1)^2n}\
\end{align*}
{to}

{Tam} habetus / (demonstremus) %ça veut dire que habetus est écrit au dessus \sout{lemma} \sout{generale} theorema {æqueus} generale.

Si \sout{summa} series $\stkout{\sum a_n}$ \sout{{convergit}},

$$=a_0+a_1+a_2$$
eo quo scripsimus ordine summata summam habet convergentem.

Accuratiori functionum propositarum disquisitioni \footnote{{Des mini-corrections au dessus des 2 premiers mots??}}

(rature illisible) \sout{tanquam} lemma
antemittimus theorema sequens generale

[Page 12r]
functio ipsius r hac serie / per seriem
$$a_0+a_1r+a_2r^2\ldots$$
definita / expressa, convergente r versus limitem 1, convergit versus valorem eundem.

Hinc\footnote{Raturé, corrigé par dessus un autre mot} \sout{sequitur} facile deducitur.

Ajout sur le côté : {versante} modulo ipsius q intra unitate\\ (rature) moduli ipsius q unitate [rature] minoribus\\
Si functio $f(q)$ complexae quantitatis q [dans v2 D écrit l'ajout ci-dessus ici] exhibeatur per seriem
$$a_0+a_1q+a_2q^2\ldots$$
[rature illisible]
hanc seriem \sout{pro modulo ipsius quantitati aequale} [ajout au dessus : pro valore q_0 cujus modulus sit unitas], si habeat summam, exprimere valorem eum, quem functio $f(q)$ assumat [ajout : nanciscatur] convergente q versus q_0 ita,\\ ut modulus tautum mutetur,\footnote{sans doute ajouté après}\\
\sout{sive} i.e. secundum
notam repraesentationem geometricam\\
\sout{ie} appropinquante\footnote{il semble y avoir un petit ajout au dessus de ce mot que je ne comprends pas} puncto, per quod quantitas q repraesentatur, in linea / \sout{{normanter}} ad limitem spatii, ubi / pro quo functio
est data, normali.

Quamobrem \sout{in diversus} / \sout{hos {nin}} hos tantum valores functionum in series evolutarum / propositarum hie respicimus, {quamquam} / \sout{etiamsi} / etiamsi evolutiones 48-54\footnote{C'est barré ?} latius pateant.

\sout{Brevitatis quo} Sit brevitatis gratia (x) aut si / \sout{quantitas} absolute minima quantitatum / \sout{ab} a quantite x numero integro distantium, aut, si x ex numero integro et fractione $\frac{1}{2}$ composita est, $=0$, porro $\mathcal E(x)$ numerus integer maximus non major quam x: obtinemus e 48, \sout{substite in ??? ipsius} / \sout{posito ${q_0=e^{xi}}$} attribuendo ipsi q valorem ${q_0=e^{xi}}$
\begin{align*}
62)\, \int_0^{e^{xi}}(\log k\frac{\frak dq}{q}-\log 4\sqrt q)\frac{\frak dq}{q}=&-2\log4\cos\frac{x^2}{2}+\frac{2}{4}\log 4\cos \frac{2x^2}{2}-\frac{2}{9}\log 4\cos \frac{3x^3}{2}+\frac{2}{16}\log 4\cos \frac{4x^4}{2}\\
& -4\pi i\left(\frac{x}{2\pi}\right)+\frac{4\pi i}{4}\left(\frac{2x}{2\pi}\right)-\frac{4\pi i}{9}\left(\frac{3x}{2\pi}\right)+\frac{4\pi

i}{16}\left(\frac{4x}{2\pi}\right)\\
& =\sum\frac{(-1)^n \log \cos\frac{nx^2}{2}}{nn}
\end{align*}
[Note : à la suite de la dernière ligne, il est écrit : $-2\log 4 (1-
\frac{1}{4}+\frac{1}{9}-\frac{1}{16})$ mais c'est vraisemblablement une note,
pas la suite de l'équation ?]

[Page 12v]
Pars imaginaria hujus seriei convergit, quicunque est valor ipsius x, pars realis
$*|$, designantibus m, n numeris integris inter se primis et posito
$\frac{x}{2\pi}=\frac{m}{n}$ {hoc} modo / ita exhiberi potest :

$1^{\mbox{o}}$ si n est impar / \sout{par}, aequalis fit,
$$\frac{\pi^2}{n^2}\sum_{1,n-1}^s (-1)^s \frac{\cos\frac{\pi
s}{n}}{\sin\frac{\pi s^2}{n}}\log 4\cos \frac{sm\pi^2}{n}-
\frac{\pi^2}{6^2n^2}\log 4$$

$2^{\mbox{o}}$ si n est par, designante p numerum [rature illisible] imparem
$$\frac{\pi^2}{n^2}\sum_{1,\frac{n}{2}-1}^s
\frac{2(-1)^s\log4\cos\frac{sm\pi^2}{n}}{\sin\pi
\frac{s^2}{n}}+\frac{\pi^2}{3n^2}\log
4+\frac{2\pi^2}{n^2}(-1)^{\frac{n}{2}}\left(\log{\frac{q_0-q}{q_0+q}}+\log
n+\frac{8}{\pi^2}\sum\frac{\log p}{p^2}\right) $$
manifesto \sout{{hodoiet} ita} est intelligenda\\
quae formula \sout{manifesto} \sout{convergere} functionem propositam\\
functionem propositam\\
$\stkout{\frac{-2\pi^2}{n^2}}$ subtracta functione
$\frac{2\pi^2}{n^2}(-1)^{\frac{n}{2}}\log\frac{q_0-q}{q_0+q}$ si
$\stkout{q_0}$ convergat \\ modo supra stabilito\\
versus limitem q_0, convergere versus limitem finitum, ejusque valorem assignat.

Perinde obtinetur
$$63) \, \int_0^{e^{xi}}-\log k'\frac{\frak
dq}{q}=-2\log\operatorname{tg}\frac{x^2}{2}-
\frac{2}{9}\log\operatorname{tg}\frac{3x^2}{2}-
\frac{2}{25}\log\operatorname{tg}\frac{5x^2}{2}$$

$*|$ si x est (quantitas) / numerus surdus, non convergit, sin minus, denotando
[rature] / \sout{literis} m, n numeros integros inter se primes, et ponendo
$\frac{x}{2\pi}=\frac{m}{n}$ ita exhiberi potest

[Page13r]
\begin{align*}
&+4\pi i\left(\left(\frac{x}{2\pi}\right)-
\left(\frac{x}{2\pi}+\frac{1}{2}\right)\right)+\frac{4\pi
i}{9}\left(\left(\frac{3x}{2\pi}\right)-
\left(\frac{3x}{2\pi}+\frac{1}{2}\right)\right)+\frac{4\pi
i}{25}\left(\left(\frac{5x}{2\pi}\right)-
\left(\frac{5x}{2\pi}+\frac{1}{2}\right)\right)\\
&63 \, \int_0^{e^{xi}}-\log k'\frac{\frak
dq}{q}=-2\log\operatorname{tg}\frac{x^2}{2}-

\frac{2}{9}\log\operatorname{tg}\left(\frac{3x}{2}\right)^2-
\frac{2}{25}\log\operatorname{tg}\left(\frac{5x}{2}\right)^2\\
&=\sum_{-
\infty,+\infty}\frac{\log\operatorname{tg}\left(\frac{px}{2}\right)^2}{p^2}\\
\end{align*}
Note 63 : dans la marche $x/2\pi=rature/n$
\begin{align*}
64)\, \int_0^{e^{xi}}\log~\frac{2K}{\pi}\frac{\frak
dq}{q}&=2\log4\cos\left(\frac{x}{2}\right)^2+\frac{2}{9}\log4\cos\frac{2x^2}{
2} \ldots \quad =\sum_{-\infty,+\infty}\frac{\log4\cos \frac{px^2}{2}}{p^2}\\
&+4\pi i\left(\frac{x}{2\pi}\right)+\frac{4\pi
i}{9}\left(\frac{3x}{2\pi}\right)+\frac{4\pi i}{25}\left(\frac{6x}{2\pi}\right)\\
\end{align*}
\vspace{-0.9cm}
\begin{align*}
65)\, \int_0^{e^{xi}}\log\left(\frac{2K}{\pi}-1\right)\frac{\frak
dq}{q}&=-2\log\sin\frac{x^2}{2}+\frac{2}{3}\log4\sin\frac{3x^2}{2}-
\frac{2}{5}\log4\sin\frac{5x^2}{2}\\
&-4\pi i \left(\frac{x}{2\pi}\stkout{)}+\frac{1}{2}\right)+\frac{4\pi
i}{3}\left(\frac{3x}{2\pi}+\frac{1}{2}\right)\ldots\\
\,\stkout{66)\, \int_0^{e{xi}}\frac{2kK}{pi}\frac{\frak dq}{q}} \; &= i\log
\operatorname{tg}\left(\frac{2x+\pi}{4}\right)^2+\frac{i}{2}\log\operatorname{
tg}\left(\frac{4x+\pi}{4}\right)^2+\frac{i}{3}\log\operatorname{tg}\left(\frac{6x
+\pi}{4}\right)^2\\
&\kern-4mm 2\pi\biggl(\left(\frac{x}{2\pi}+\frac{1}{4}\right)-
\left(\frac{x}{2\pi}+\frac{3}{4}\right)+\frac{2\pi}{2}\left(\left(\frac{2x}{2\pi}+\f
rac{1}{4}\right)-
\left(\frac{2x}{2\pi}+\frac{3}{4}\right)\right)+\frac{2\pi}{3}\left(\left(\frac{3x}{
2\pi}+\frac{1}{4}\right)-\left(\frac{3x}{2\pi}+\frac{3}{4}\right)\right)
\end{align*}
\begin{align*}
66)\, \int_0^{e{xi}}\frac{2kK}{pi}\frac{\frak dq}{q}
&=-2\log\operatorname{tg}\frac{x}{4}^2+\frac{2}{3}\log\operatorname{tg}\fra
c{3x}{4}^2-\frac{2}{5}\log\operatorname{tg}\frac{5x}{4}^2\\
& 4\pi i \left(\left(\frac{x}{4\pi}\right)-
\left(\frac{x}{4\pi}+\frac{1}{2}\right)\right)-\frac{4\pi i}{3}\left(\frac{3x}{4\pi}-
\frac{3x}{4\pi}+\frac{1}{3}\right)\\
\,\stkout{67)\,\int_0^{e^{xi}}} \quad
&=2i\log\operatorname{tg}\left(\frac{x+\pi}{4}\right)^2+\frac{2i}{3}\log\operat
orname{tg}\frac{3x+\pi^2}{4}+\frac{2i}{5}\log\operatorname{tg}\left(\frac{5x
+\pi}{4}\right)^2\\
&+4\pi\biggl(\left(\frac{x}{4\pi}+\frac{1}{4}-
\left(\frac{x}{4\pi}+\frac{3}{4}\right)\right)+\frac{4\pi}{3}\left(\left(\frac{3x}{4\
pi}+\frac{1}{4}\right)-\left(\frac{3x}{4\pi}+\frac{3}{4}\right)\right)\
\end{align*} \begin{align*}
67) \, \int_0^{e^{xi}}\left(\frac{2k'K}{\pi}-1\right)\frac{\frak
dq}{q}=&-2\log4\cos\frac{x^2}{2}+\frac{2}{3}\log4\cos\frac{3x^2}{2}-
\frac{2}{5}\log4\cos\frac{5x^2}{2}\\
&-4\pi i\left(\frac{x}{2\pi}\right) \quad +\frac{4\pi
i}{3}\left(\frac{3x}{2\pi}\right)-\frac{4\pi i}{5}\left(\frac{5x}{2\pi}\right)\\
&=-

i\log\operatorname{tg}\left(\frac{2x+\pi}{4}\right)^2+\frac{1}{2}\log\operatorname{tg}\left(\frac{4x+\pi}{4}\right)^2-
\frac{i}{3}\log\operatorname{tg}\frac{6x+5}{4}^2\\
&-2\pi\left(\left(\frac{x}{2\pi}+\frac{1}{4}\right)-
\left(\frac{x}{2\pi}+\frac{3}{4}\right)\right)+\frac{2\pi}{2}\left(\left(\frac{2x}{2\pi}+\frac{1}{4}\right)-\left(\frac{2x}{2\pi}+\frac{3}{4}\right)\right)
\end{align*}

[Page 13v]
\begin{align*}
68) \int_0^{e^{xi}}\left(\frac{2\sqrt k'K}{\pi}-1\right)\frac{\frak dq}{q}=&-
\log4\cos x^2+\frac{1}{3}\log4\cos3x^2-\frac{1}{5}\log\cos5x^2\\
&-2\pi i\left(\frac{x}{\pi}\right)+\frac{2\pi i}{3}\left(\frac{3x}{\pi}\right)-
\frac{2\pi i}{5}\left(\frac{5x}{\pi}\right)\\
&=-
\frac{i}{2}\log\operatorname{tg}\left(x+\frac{\pi}{4}\right)^2+\frac{i}{4}\log\operatorname{tg}\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)^2-
\frac{1}{6}\log\operatorname{tg}\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)^2\\
& \kern-4mm-\pi\left(\left(\frac{x}{\pi}+\frac{1}{4}\right)-
\left(\frac{x}{\pi}+\frac{3}{4}\right)\right)+\frac{\pi}{2}\left(\left(\frac{2x}{\pi}+\frac{1}{4}\right)-\left(\frac{2x}{\pi}+\frac{3}{4}\right)\right)-
\frac{\pi}{3}\left(\left(\frac{3x}{\pi}+\frac{1}{4}\right)-
\left(\frac{3x}{\pi}+\frac{3}{4}\right)\right)
\end{align*}
%ça dépasse mais je laisse comme ça pour l'instant pcq on sait pas trop sous quelle forme ce sera édité

[Page 14r]
\begin{align*}
&(x) \quad \sum_{0,\infty}\frac{(nx)}{n^2} \\
&x=\frac{(x)}{1}+\frac{(2x)}{4}+\frac{(3x}{9}+
\end{align*}\begin{align*}
x=\frac{m}{2n} & \sum\frac{\left(rature(2s+1)x\right)}{x^2(2s+1)^2}\\
& =\frac{1}{n^2}\frac{1}{2}\sum\frac{1}{(2s+1)^2}\\
&=\frac{\pi^2}{16n^2}
\end{align*}

(Diagramme)

\begin{align*}
\sum(fx)x_1
\end{align*}

$$\mathcal
E(rature+2\frac{\pi^2}{16.9}+4\frac{\pi^2}{16.16}+4\frac{\pi^2}{16}$$

[Page 14v]
Posito $x =\frac{m}{n} 2\pi$ fit pars imaginaria formulae 65.

$1^{\mbox{o}}$ si n est numerus par

\begin{align*}
=\sum_{0,\infty}^s -4\pi
i\sum_{i,n-1}^p(-1)^{\frac{p-1}{2}}\frac{1}{p+ns}\left(\frac{pm}{n}+\frac{1}{
2}\right)(-1)^{\frac{n}{2}s}
\end{align*}
$2^{\mbox{o}}$ si n est numerus par
\begin{align*}
=\sum_{0,\infty}^s -4\pi
i\sum_{i,2n-1}^p(-1)^{\frac{p-1}{2}}\frac{1}{p+2ns}\left(\frac{pm}{n}+\frac{1
}{2}\right)(-1)^s
\end{align*}
quam patet habere valorem finitum, nisi n est $\equiv \mbox{ mod } 4$.

\sout{Converger}

\sout{Designantes $\mathcal L_n$} \quad $\stkout{(n,m)}$\\

\begin{align*}
fr&=a_0+a_1r+a_2r^2\ldots a_rr^n+(\mathcal L_{r+1}\stkout{r^n}-\mathcal
L_r)r^{n+1}+(\mathcal L_{r+2}-\mathcal L_{r+1})r^{n+2}\ldots\\
&=a_0+a_1r+a_2r^2\ldots a_rr^n+\mathcal L_{r+1}-\mathcal L_{r}(r^{n+1}-
r^{n+2})+(\mathcal L_{r+2}-\mathcal L_{r+1})\\
& \, \stkout{\mathcal L_r r^{n+1}}
\end{align*}
\begin{align*}
fr&=a_0+a_1r+\ldots a_rr^n+\varepsilon_{n+1}r^{n+1}+(\varepsilon_{n+2}-
\varepsilon_{n+1})r^{n+2}+(\varepsilon_{n+3}-\varepsilon_{n+2})\\
&=a_0+a_1r+\ldots a_rr^n+\varepsilon_{n+1}(r^{n+1}-
r^{n+2})+\varepsilon_{n+2}(r^{n+2}-r^{n+3})+\varepsilon_{n+5}(r^{n+3}-
r^{n+4})
\end{align*}

Convergentia summae
$$a_0+a_1+a_2+a_3\ldots$$
postulat, ut data \sout{designante} \sout{{denando}} quantitate quamvis parva
ε \sout{semper} assignari possit terminus / \sout{numerus} a_n,
\sout{{??} modu, ut} a quo \sout{summa a_n+a_{n+1} proposita usque ad
terminum {quemvis} a_m summa {atur} semper evadit $<\varepsilon$} summa
usque ad terminum quemvis a_m extensa \sout{semper evadit $<\varepsilon$}
/nanciscatur valorem absolutum ipso ε minorem. Iam \sout{denotam}
posito / \sout{designante} brevitatis gratia
\[\begin{array}{l}
\varepsilon_{n+1}=a_{n+1}\\
\varepsilon_{n+2}=a_{n+1}+a_{n+2}\\
\varepsilon_{n+3}=a_{n+1}+a_{n+2}+a_{n+3}\\
\ldots
\end{array}\]
functio $\stkout{f(r)=}a_0+a_1r+a_2r^2+...$ \sout{quae {???tare}} / \sout{quam
est f(r) denotatur}\\

invenitur\\
\sout{transformetur} facile sub hac forma exhibetur
\begin{align*}
&=a_0+a_1r+\ldots a_rr^n+\varepsilon_{n+1}r^{n+1}+(\varepsilon_{n+2}-\varepsilon_{n+1})r^{n+2}+(\varepsilon_{n+3}-\varepsilon_{n+2})\\
&=a_0+a_1r+\ldots a_rr^n+\varepsilon_{n+1}(r^{n+1}-r^{n+2})+\varepsilon_{n+2}(r^{n+2}-r^{n+3})+\varepsilon_{n+3}\ldots
\end{align*}
Unde patet \sout{{appro??}} convergente r versus limitem 1 functionem fr tandem quavis quantitate data minus a valore seriei\\
$a_+a_1+a_2+\ldots$ distare.

Summa terminorum / altioris gradus quam n, quum sint $\varepsilon_{n+1}, \varepsilon_{n+2}\ldots$ ex hyp. omnes omisso signo $< \varepsilon$ differentiaeque $r^{n+1}-r^{n+2}$ \sout{autam omnes} omnes positivae, manifesto evadit quantitate absoluta

\begin{align*}
& <\varepsilon(r^{n+1}-r^{n+2})+\varepsilon(r^{n+2}-r^{n+3}) \ldots\\
&< \varepsilon r^{n+1}
\end{align*}
summa autem terminorum non altioris \sout{inferioris} gradus / quam n est functio algebraica ipsius r, quam constat appropinquando r / \sout{{audent} unitati {??ta} ipso determinato} summae
$$\stkout{\mbox{valore}} \; a_1+a_2+\ldots a_n$$
quantumvis appropinquari posse; unde patet appropinquando {r}

[Page 16r]
differentiam functionis fr a valore seriei
$$a_0+a_1\ldots$$
infra quantitatem quamvis datam descendere

Ex hoc theoremate, quod Cl$^{\mbox{o}}$ Abel tribuendum esse Cl$^{\mbox{\stkout{us}o}}$ Dirichlet \sout{modo} (1852 Sept. 14) {\sout{j'arrive pas à lire}} \sout{quum {h??} {seriperimus, monuit jam scriptes}} / quum antecedentia jam essent scripta / antecedentibus jam scriptas monuit / \sout{j'arrive pas à lire}, facile deducitur.

[Page 16v]
n impar
\begin{align*}
(63) &=-\sum_{1,2n-1}^p\sum_{-\infty,+\infty}^t\frac{\log\operatorname{tg}\frac{px}{2}^2}{(2nt+p)^2} & \frac{x}{2\pi}=\frac{m}{n}\\
\end{align*}
n par
\begin{align*}
&=-\sum_{-\infty,+\infty}^t\sum_{1,n-1}^p\frac{\log\operatorname{tg}\frac{px}{2}^2}{(nt+p)^2}\\

```
\end{align*}

$n$ impar
\begin{align*}
(64) &=\sum_{1,2n-1}^p\sum_{-
\infty,+\infty}^t\frac{\log4\cos\frac{px}{2}^2}{(2nt+p)^2}\\
\end{align*}
$n$ par
\begin{align*}
&=+\sum_{1,n-1}^p\sum_{-
\infty,+\infty}^t\frac{\log4\cos\left(\frac{px}{2}\right)^2}{(nt+p)^2}\\
\end{align*}
\sout{62) $n$ impar}
\end{document}
[/latex]
```

Fichier créé par Richard WalterFichier créé le 18/10/2021 Dernière modification le 18/07/2022